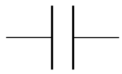
Electricité :

Sommaire :

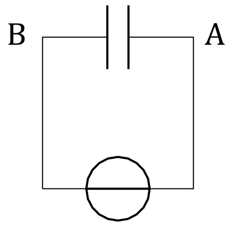
Le dipôle RC :

Le condensateur C :

Un condensateur est un composant électrique, formé par deux conducteurs métalliques appelés "armatures", et qui sont séparés par un isolant qui peut être l'air ou un diélectrique. Son symbole dans les circuits est celui ci-contre.



Charge du condensateur :



Dans un condensateur, la charge électrique q_A portée par l'armature A est l'opposée de q_B celle portée par l'armature B. On écrit alors :

$$q_A = -q_B \Longleftrightarrow q_A + q_B = 0$$

Intensité :

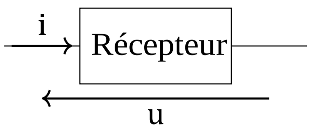
On sait que l'intensité est la variation de charge, donc :

$$i = \frac{dq_A}{dt} = -\frac{dq_B}{dt}$$

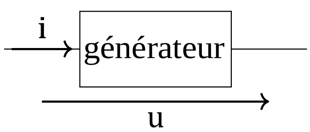
Tout simplement :

$$i = \frac{dq}{dt}$$

D'où, on peut dire que i est positif lorsque les charges positifs circulent vers la plaque A.
Convention récepteur : Lorsque la flèche de l'intensité et de la tension sont de sens opposés.



Convention générateur : Lorsque les deux flèches sont de même sens.



Capacité du condensateur :

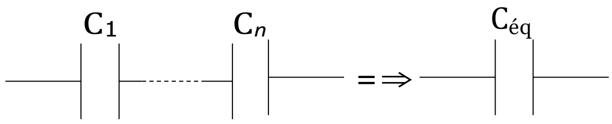
On définit la capacité C par la relation suivante :

$$C = \frac{q_A}{u_{AB}} = -\frac{q_B}{u_{AB}}$$

L'unité de C est le Farad F.

Association des condensateurs :

En série :



Puisque le montage est en série alors : $u = u_1 + \cdots + u_n$ et $i = i_1 = \cdots = i_n \Longleftrightarrow q = q_1 = \cdots = q_n$.
On a :

$$u_{éq} = \sum_{i=1}^{n} u_i \Rightarrow \frac{q}{C_{éq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{q}{C_i}$$

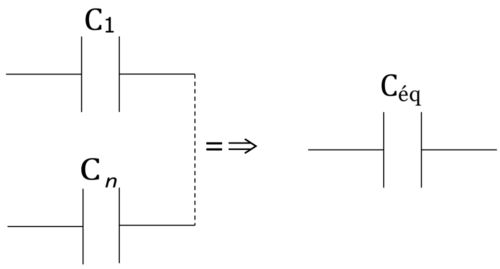
$$\frac{q}{C_{éq}} = q \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$$

$$\frac{1}{C_{éq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$$

Donc, lorsque le montage est en série on a :

$$\frac{1}{C_{éq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$$

En parallèle :



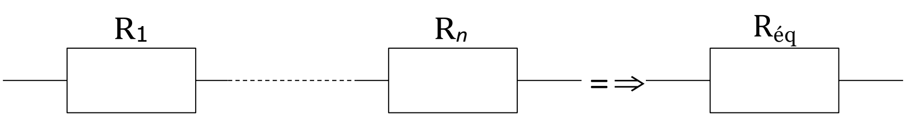
Puisque le montage est en parallèle alors : $u = u_1 = \cdots = u_n$ et $i = i_1 + \cdots + i_n \Longrightarrow q = q_1 + \cdots + q_n$.
On a :

$$q_{éq} = \sum_{i=1}^{n} q_i \Rightarrow C_{éq} u = \sum_{i=1}^{n} C_i u$$

$$C_{éq} = \sum_{i=1}^{n} C_i$$

Association des résistances :

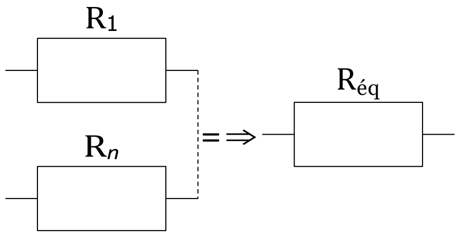
Loi d'Ohm : $u = R \times i$
Association en série :



La résistance équivalente est donnée par la relation suivante :

$$R_{éq} = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

Association en parallèle :



La résistance équivalente est donnée par la relation suivante :

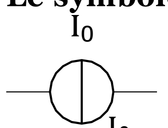
$$\frac{1}{R_{\text{éq}}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$$

Les générateurs :

Générateur idéal du courant :

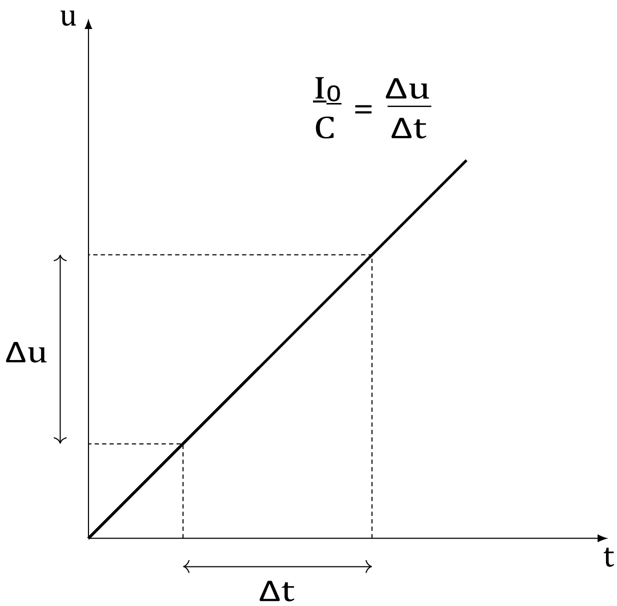
C'est un générateur qui délivre une intensité I_0 constante, c'est-à-dire : $i = I_0 = C^{te}$

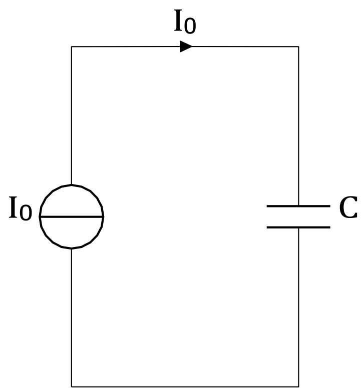
Le symbole :



On a : $I_0 = \frac{Q}{t}$ et $Q = C.u$, donc $u = \frac{I_0}{C}t$

Puisque u est variable en fonction du temps, alors on peut considérer $\frac{I_0}{C}$ comme coefficient directeur de u(t) :





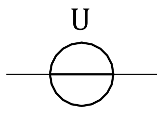
Générateur idéal du tension :

C'est un générateur qui délivre une tension U constante, et i variable, $U = u = C^{te}$

On a :

$$i = \frac{dq}{dt} \qquad q = C.u_C$$

Le symbole :



Donc :

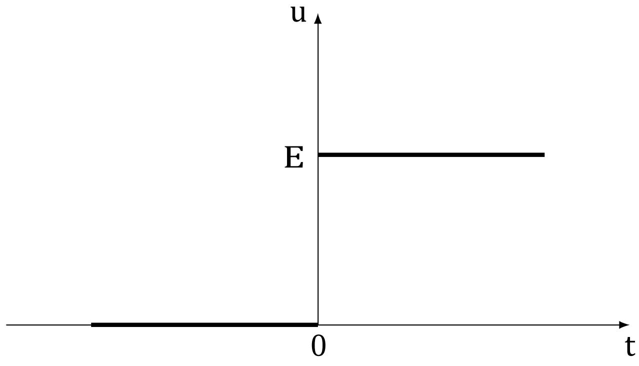
$$i = C\frac{du_C}{dt}$$

Le dipôle RC :

La charge d'un condensateur :

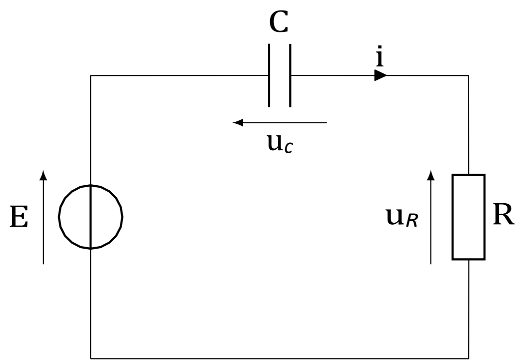
Échelon de tension :

C'est le passage instantané d'une tension 0 à une tension de valeur constante E.

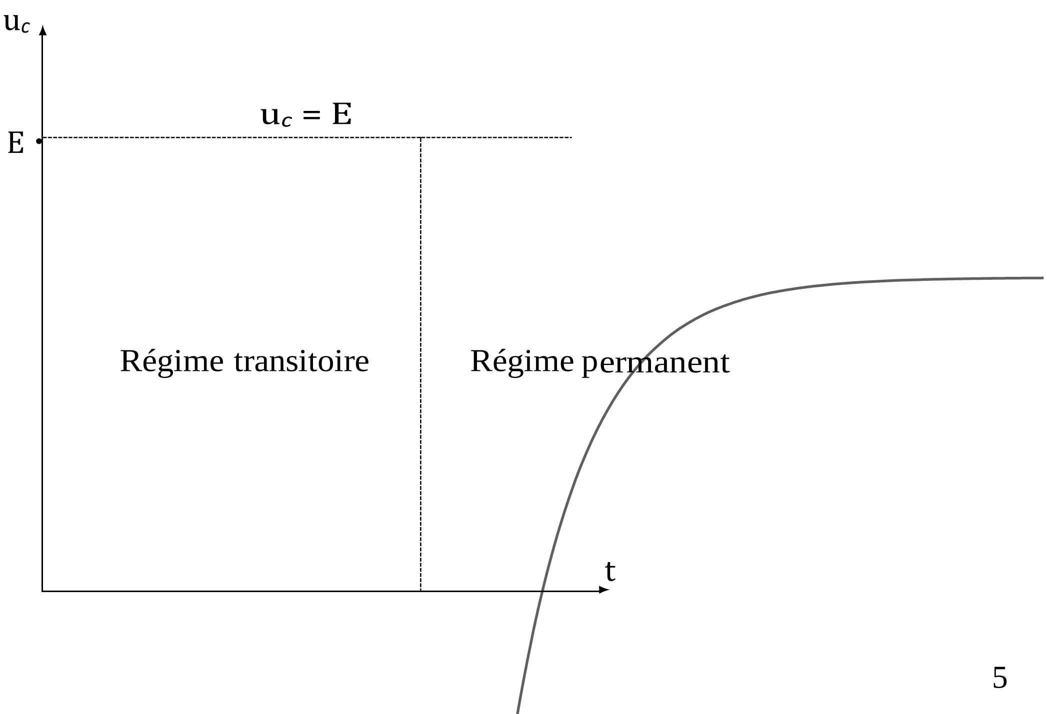


Étude expérimentale :

Soit le circuit suivant :



Sur l'oscilloscope on obtient la courbe qui comporte deux régimes :
Régime transitoire : dans lequel la tension aux bornes du condensateur croît depuis la valeur 0.
Régime permanent : dans lequel la tension reste pratiquement constante, lorsque $t \to \infty$ u_c tend vers E.



Étude théorique :

Équation différentielle : D'après la loi d'additivité des tensions on a :

$$\begin{aligned} E &= u_c + u_R \\ &= u_c + Ri \\ &= u_c + R\frac{dq}{dt} \\ &= u_c + RC\frac{du_c}{dt} \end{aligned}$$

Donc on en déduit l'équation suivante :

$$u_c + RC\frac{du_c}{dt} = E$$

C'est une équation différentielle d'inconnue u_c, dont la solution s'écrit sous la forme suivante :

$$u_c = Ae^{-\lambda t} + B \qquad (1)$$

Détermination de A, B et λ :
Il suffit de remplacer (1) dans l'expression qu'on a démontré.
C'est-à-dire :

$$Ae^{-\lambda t} + B + RC\frac{d}{dt}\left(Ae^{-\lambda t} + B\right) = E$$

On rappelle que :

$$\left(e^{u(x)}\right)' = u'(x)e^{u(x)}$$

Donc :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\left(Ae^{-\lambda t}\right) &= A\frac{d}{dt}\left(e^{-\lambda t}\right) \\ &= A \times \left(-\lambda e^{-\lambda t}\right) \\ &= -A\lambda e^{-\lambda t} \end{aligned}$$

Par suite, l'équation devient :

$$\begin{aligned} Ae^{-\lambda t} + B + RC\frac{d}{dt}\left(Ae^{-\lambda t} + B\right) &= E \\ Ae^{-\lambda t} + B - RCA\lambda e^{-\lambda t} - E &= 0 \\ Ae^{-\lambda t}(1 - \lambda RC) + (B - E) &= 0 \end{aligned}$$

D'où on en déduit :

$$\begin{cases} 1 - \lambda RC &= 0 \\ B - E &= 0 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} \lambda &= \dfrac{1}{RC} \\ B &= E \end{cases}$$

Pour A, elle se détermine à partir des conditions initiales, c-à-d lorsque $t = 0$:
À $t = 0$ on a :

$$\begin{aligned} u_c &= 0 \\ Ae^{-\frac{0}{RC}} + E &= 0 \\ A + E &= 0 \\ A &= -E \end{aligned}$$

Par suite l'expression de u_c est :

$$u_c = E - Ee^{-\frac{t}{RC}}$$
$$u_c = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

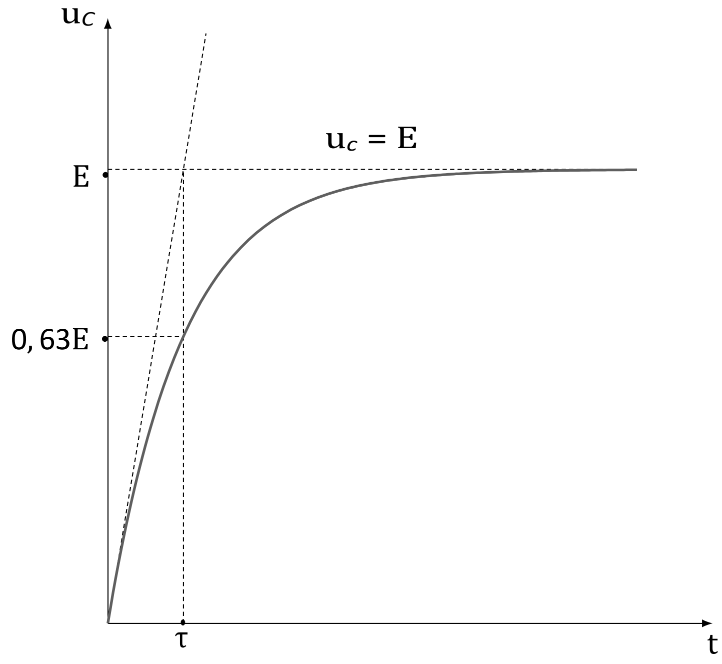
La constante de temps :
Afin d'avoir l'homogénéité dans l'expression de u_c, il faut que RC soit temporelle. Vérifions ceci par l'analyse dimensionnelle.

$$\begin{aligned}[RC] &= [R][C] \\ &= \frac{[U]}{[I]}\frac{[Q]}{[U]} \\ &= \frac{1}{[I]}[I][T] \\ &= [T]\end{aligned}$$

Donc RC est temporelle. On notera cette constante τ dans la suite du cours.
Afin de déterminer sa valeur, on utilise deux méthodes :
Méthode analytique : On pose $t = \tau$:

$$\begin{aligned}u_c &= E(1 - e^{-1}) \\ &= \left(1 - \frac{1}{e}\right)E \\ &\approx 0,63E\end{aligned}$$

Et par projection, on trouve la valeur de τ.
Méthode de la tangente : la tangente à la courbe à $t = 0$ coupe la droite $u_c = E$ en un point dont l'abscisse est τ *la constante du temps*.



L'intensité du courant : Dans le dipôle RC on a :

$$i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_c}{dt}$$

Et on sait que :

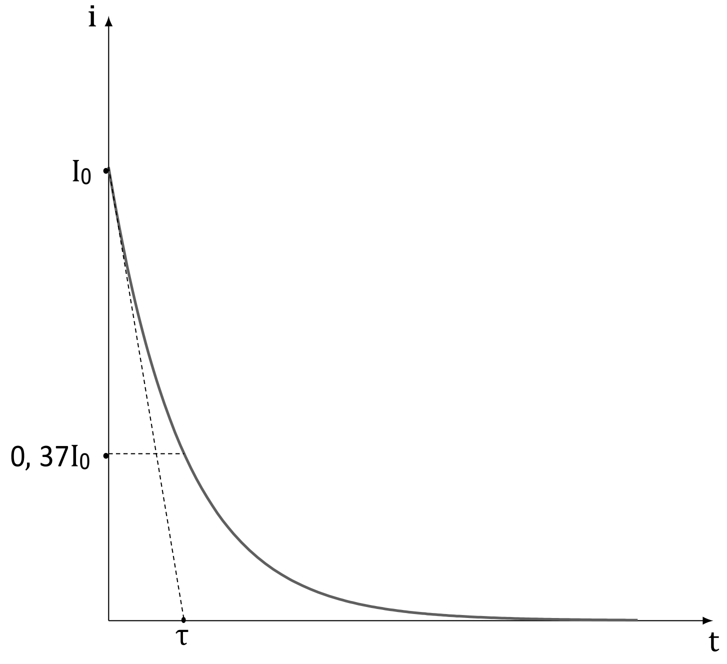
$$u_c = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

Alors :

$$\begin{aligned} i &= C\frac{du_c}{dt} \\ &= C\frac{d}{dt}\left(E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\right) \\ &= C\frac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} \\ &= \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} \end{aligned}$$

Posons $I_0 = \frac{E}{R}$, on aboutit à l'expression de l'intensité du courant :

$$i = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$



Pour déterminer τ la constante du temps, on utilise l'une des méthodes citées précédemment. Pour **la charge du condensateur** on a :

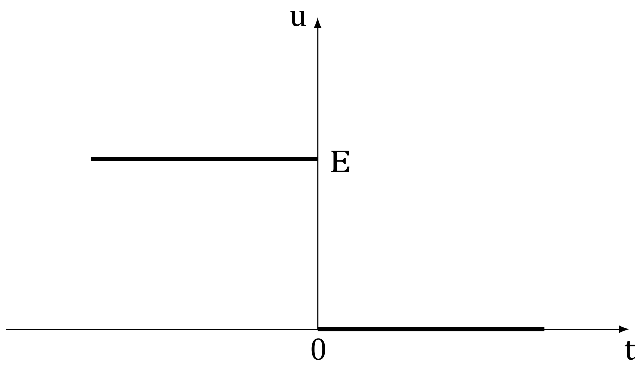
$$q = C.u_c$$

Avec l'expression de u_c on obtient :

$$\begin{aligned} q &= CE\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \\ &= Q_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \end{aligned}$$

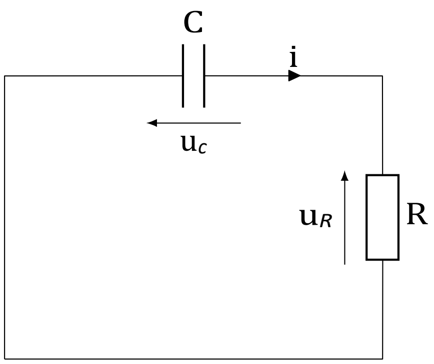
Décharge d'un condensateur :

Échelon de tension :

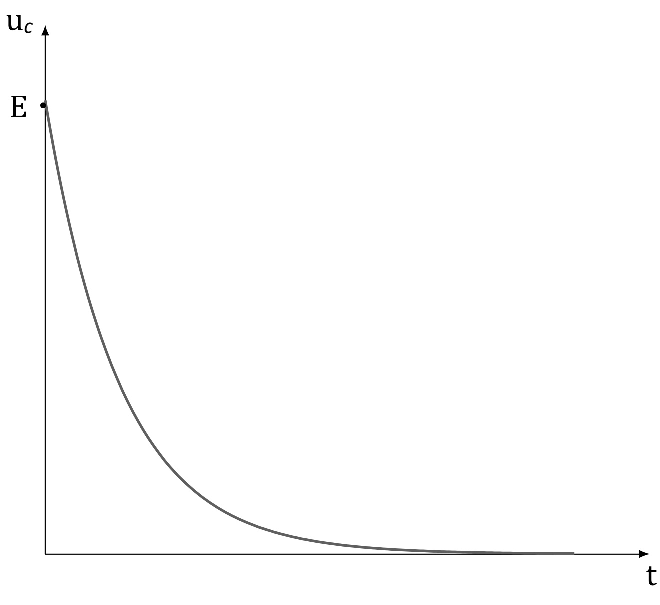


Étude expérimentale :

Soit le circuit suivant :



Sur un oscilloscope on obtient la courbe qui comporte deux régimes :
Régime transitoire : dans lequel la tension u_c décroît depuis sa valeur initiale.
Régime permanent : dans lequel la tension u_c reste pratiquement nulle, lorsque $t \to \infty \Rightarrow u_c \to \infty$.



Étude théorique :

Équation différentielle : D'après la loi d'additivité des tensions on a :

$$u_c + u_R = 0$$
$$u_c + Ri = 0$$
$$u_c + RC\frac{du_c}{dt} = 0$$

On obtient l'équation différentielle suivante :

$$u_c + RC\frac{du_c}{dt} = 0$$

La solution est donnée par :

$$u_c = Ae^{-\lambda t}$$

Détermination de A et λ :
On sait que :

$$u_c + RC\frac{du_c}{dt} = 0$$

et que :

$$u_c = Ae^{-\lambda t}$$

Donc :

$$Ae^{-\lambda t} + RC\frac{d}{dt}\left(Ae^{-\lambda t}\right) = 0$$
$$Ae^{-\lambda t} - RCA\lambda e^{-\lambda t} = 0$$
$$Ae^{-\lambda t}(1 - \lambda RC) = 0$$

C'est-à-dire :

$$1 - \lambda RC = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau}$$

Pour A on recourt aux conditions initiales :
À $t = 0$ on a $u_c = E$, autrement dit :

$$Ae^{-\frac{0}{\tau}} = E \Leftrightarrow A = E$$

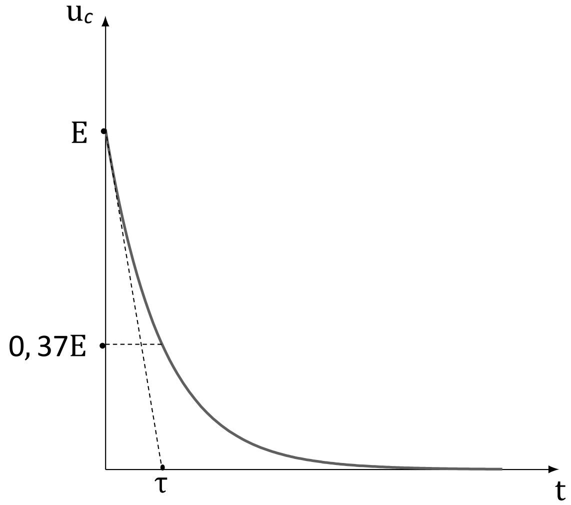
Par suite l'expression de u_c est :

$$u_c = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$

La constante de temps :
Afin de déterminer τ on a deux méthodes :
Méthode analytique : On pose $t = \tau$:

$$u_c = Ee^{-1}$$
$$\approx 0,37E$$

La constante τ est l'abscisse correspondante à l'ordonnée $0,37E$.
Méthode de la tangente: La tangente à la courbe à l'instant $t = 0$ coupe l'axe des temps en un point dont l'abscisse est τ.



L'intensité du courant : On sait que :

$$i = C\frac{du_c}{dt}$$

Et on a :

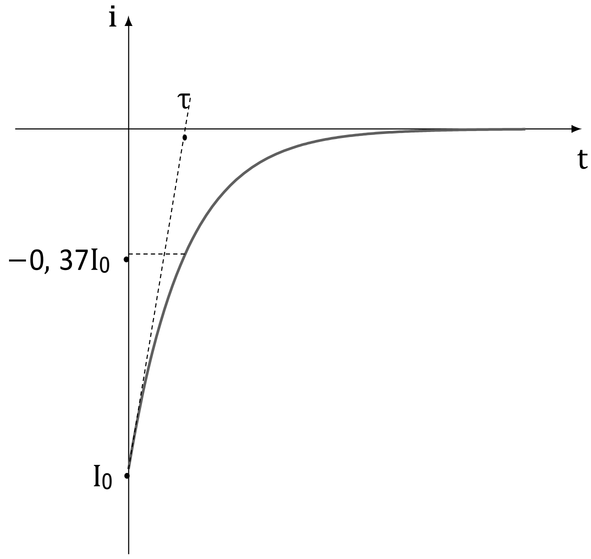
$$u_c = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$

Par dérivation on obtient :

$$\frac{du_c}{dt} = \frac{-E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Donc :

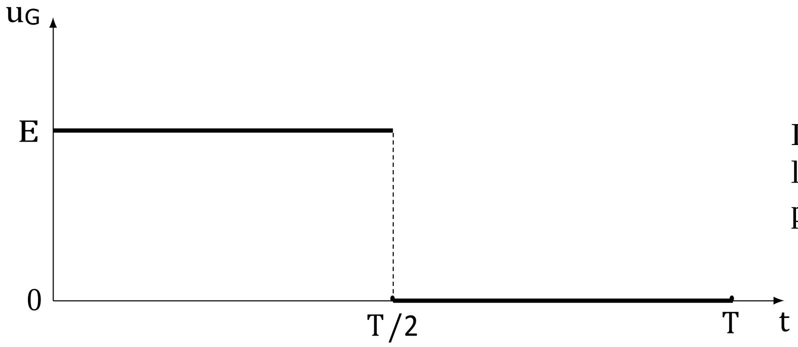
$$\begin{aligned} i &= C\frac{du_c}{dt} \\ &= C \times \frac{-E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} \\ &= -\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} \\ &= -I_0e^{-\frac{t}{\tau}} \end{aligned}$$



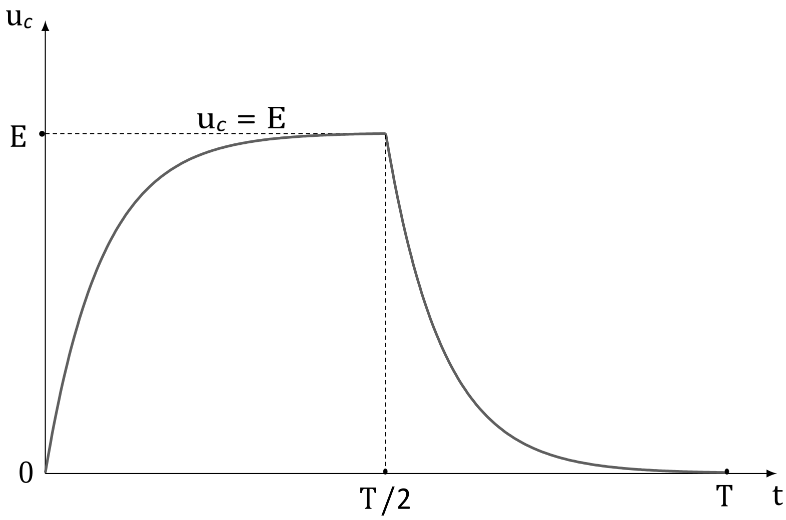
La charge du condensateur : On a :

$$\begin{aligned} q &= Cu_c \\ &= CEe^{-\frac{t}{\tau}} \\ &= Q_0e^{-\frac{t}{\tau}} \end{aligned}$$

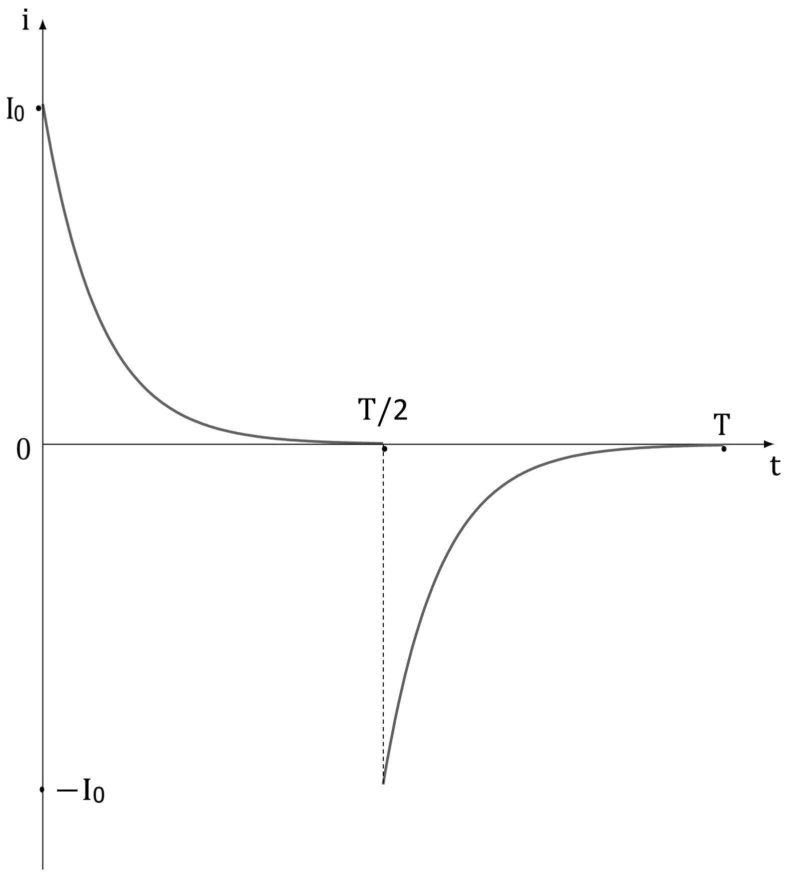
Charge et décharge périodique :



La courbe ci-contre représente un échelon de tension débité par un générateur pendant une période.



La courbe ci-contre représente la réponse du dipôle RC pendant une période.



La courbe ci-contre représente l'intensité du courant en fonction du temps pendant en période.

Aspect énergétique :

On sait que :

$$\mathcal{P} = u \times i$$

Donc :

$$\mathcal{P} = \frac{dq}{dt} = \frac{dE}{dt}$$

$$dE = \mathcal{P}dt$$

$$\int dE = \int \mathcal{P}dt$$

$$E = \int u\frac{dq}{dt}dt = \int \frac{q}{C}dq = \frac{1}{C}\frac{q^2}{2}$$

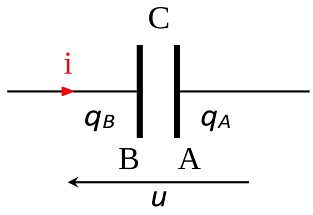
Or $q = C.u_c$ on obtient :

$$E = \frac{1}{2}C.u_c^2 = \frac{1}{2C}q^2$$

Remarque : En physique, on note $\int$ comme symbole de l'opération qui nous permet de trouver la primitive.

Dipôle RC : Exercices

Exercices 1 : QCM



Un condensateur est placé dans un circuit . Le schéma indique les conventions adoptées . Choisir dans chacune des phrases suivantes , la proposition exacte .
On donne $q_A = q$

1. la tension u est égale à :
   (a) u_{BA} (b) u_{AB}
2. La charge de l'armature B est égale :
   (a) $q_B = C.u$ (b) $q_B = -C.u$
3. La charge q_A de l'armature A est égale à :
   (a) q_B (b) $-q_B$
4. L'intensité i a pour expression :
   (a) $i = \frac{dq}{dt}$ (b)$-\frac{dq}{dt}$
5. L'intensité est positive , si le courant réel va :
   (a) de B vers A (b)de A vers B

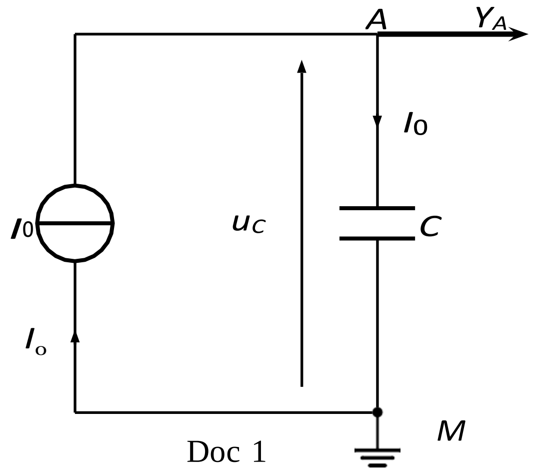
Exercices 2 : QCM

1. Un condensateur d'essuie-glace contient entre autres un circuit RC . la valeur de la résistance est $50k\Omega$. Indiquer quelle est la valeur possible de la capacité du condensateur parmi les trois suivantes :
   (a) $100nF$ (b) $100\mu F$ (c) $1\mu F$
2. Un condensateur initialement chargé sous une tension U_0 se décharge complètement au travers d'une résistance . Quelle l'énergie dissipée par effet Joule dans la résistance :
   (a) $R \times \left(\frac{U_0}{R}\right)^2 \times \tau$ (b) $\frac{1}{2} R \times \left(\frac{U_0}{R}\right)^2 \times \tau$
3. Lorsqu'on dit qu'un condensateur de capacité C , chargé sous une tension U , contient une charge $Q = C.U$, cela signifie que l'une de ses armatures porte une charge $Q = C.U$. Quelle charge porte l'autre armature ? :
   (a) 0 (b) $-Q$ (c) Q
4. Lorsqu'on éteint un appareil contenant des condensateurs , la charge portée par chacun d'eux s'annule rapidement . :
   (a) vrai (b)faux

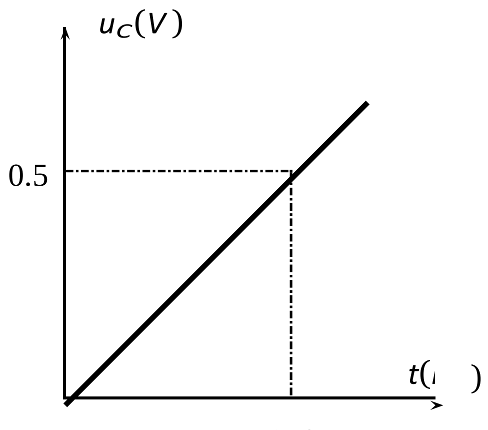
Exercice 3 : Détermination de la capacité d'un condensateur

Pour déterminer la capacité d'un condensateur , on utilise le montage représenté sur le document 1 . Le générateur est un générateur de courant : il débit un courant d'intensité constant I =200mA .
Le système d'aquisition permet d'obtenir les variations de la tension u_c en fonction de temps

. (document 2)



Doc 1

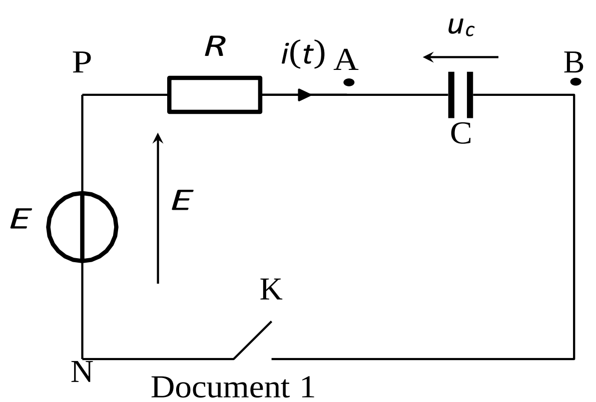


Doc 2

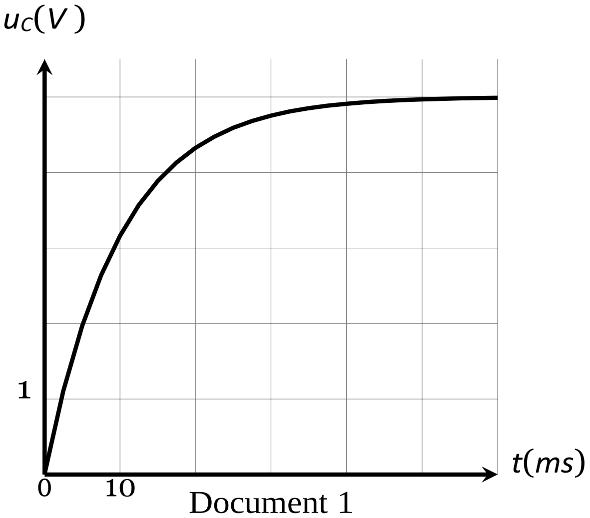
1. Quelle est la relation entre l'intensité I du courant , la charge électrique q_A porté par l'armature A du condensateur et la durée t de charge . ?
2. Quelle est la relation liant la charge éléctrique q_A , la capacité C du condensateur et la tension u_{AM} à ses bornes ?
3. Déterminer la valeur de la charge q_A à $t = 250ms$
4. Quelle est la valeur de la capacité C du condensateur ?

Exercice 4 : Charge d'un condensateur

Un condensateur initialement déchargé , de capacité $C = 1,0\mu F$, est branché en série avec un conducteur ohmique de résistance $R = 10k\Omega$(Doc1) . La tension aux bornes du générateur est $E = 5,00V$. À l'instant $t = 0$, on ferme le circuit . La tension $u_c(t)$, enregistrée au cours de la décharge, est représentée graphiquement (Doc 2) .



Document 1



Document 1

1. Établir l'équation différentielle de la tension u_c aux bornes du condensateur lors de se charge .

2. La solution de l'équation différentielle est la suivante :

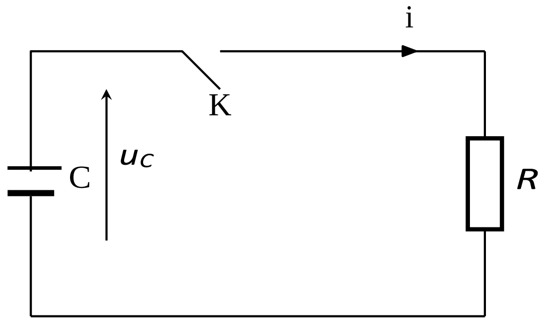
$$u_c(t) = A\,(1 - exp(-\alpha.t))$$

   Déterminer A et α en fonction de E, R et C

3. Exprimer la constante de temps τ en fonction de α , calculer u_c pour $t = \tau$
4. Trouver la valeur numérique de τ à l'aide de graphique (plusieurs méthodes sont possibles) . la valeur trouvée est-elle compatible avec les valeurs des composantes données au début de l'énoncé ?

Exercice 5 : décharge d'un condensateur

Le condensateur de la figure ci- contre , de capacité C , est initialement chargé sous une tension $U_0 = 5V$. À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K .



1. Établir l'équation différentielle de la tension u_c aux bornes du condensateur lors de se décharge . On fera apparaître la constante du temps τ du système , et on justifiera son unité .
2. Établir la solution de l'équation différentielle du 1 , en prenant en compte la condition initiale donnée dans l'énoncé .
3. On prend $C = 100\mu\mu F$ et $R = 1k\Omega$
   (a) Calculer τ , $i(t = 0)$, ainsi que que l'énergie électrostatique E_e
   (b) Calculer le coefficient directeur de la tangente en $t = 0$ au graphe $u_c(t)$. On calculera cette dernière grandeur en faisant le minimum de calculs .

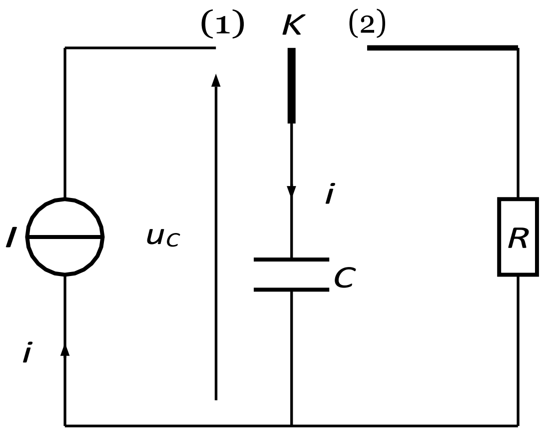
Exercice 6 : Association des condensateurs

On charge un condensateur de capacité $C = 50\mu F$ sous une tension $U = 35V$. Après avoir déconnecté du circuit de charge , on relie ses armatures à celle d'un condensateur de capacité $C' = 3C$, initialement déchargé et isolé. les condensateurs prennent alors respectivement des charge q et q' sous une tension commune U'

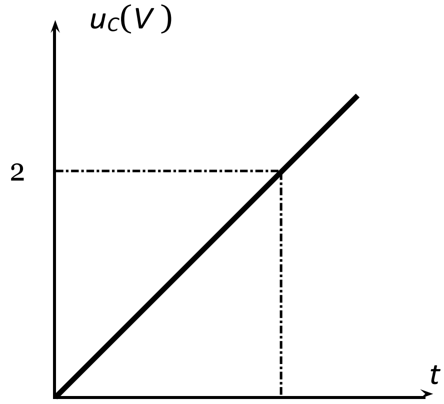
1. Calculer q, q' et la tension U'
2. Quelle est l'énergie initiale du système des deux condensateurs avant de connecter leurs bornes ? Après connexion de leurs bornes ? Commenter le résultat , et expliquer pourquoi , à l'aide d'un raisonnement justifié , on doit s'attendre à une diminution de l'énergie du système quand quand on relie les deux bornes .

Exercice 7 :

On considère le circuit électrique suivant qui est constitué par un générateur idéal de courant électrique qui débite un courant d'intensité $I = 100A$,un condensateur gigantesque de capacité très grand $C = 1800F$ est initialement déchargé , un conducteur ohmique de résistance $R = 2\Omega$ et un interrupteur K à deux position (1) et (2) Doc 1 .



Doc 1



Doc 2

À la date $t = 0$, l'interrupteur est basculé en position 1 . le condensateur se charge et à l'aide d'un dispositif informatisé on obtient la courbe représentée au Doc 2 .

1. Déterminer la date t_1 où la tension u_c peut prendre la valeur $U_1 = 2V$.
2. Calculer l'énergie électrique E_e emmagasinée dans le condensateur à l'instant t_1
3. À l'instant $t = t_1$ on bascule l'interrupteur K en position 2 , le condensateur se décharge à travers le conducteur ohmique jusqu'à l'instant t_2 auquel $u_c(t_2) = U_2 = 1,5V$

   L'équation de la tension u_c en fonction de t est :

   $$u_c(t) = A + Bexp(-\frac{(t - t_1)}{\tau})$$

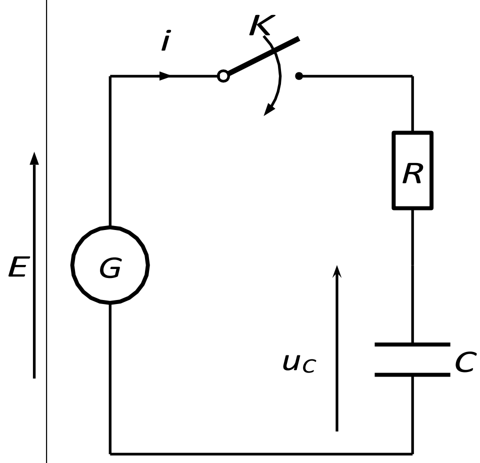
   a. Déterminer A,B et τ .

   b. Calculer la date t_2 où la tension prend la valeur U_2

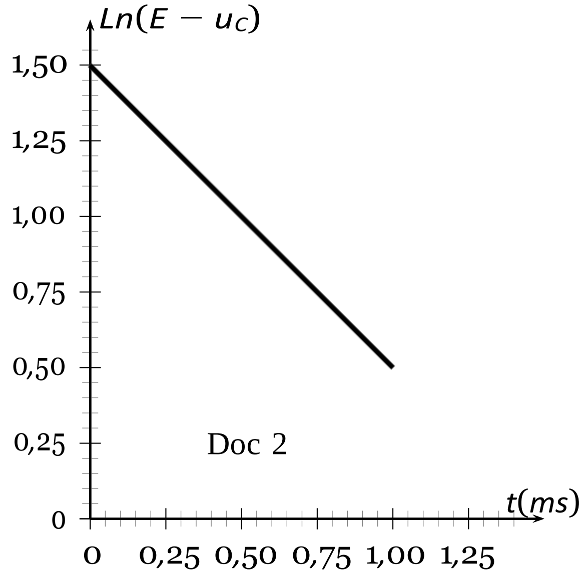
4. On suppose que la décharge du condensateur se fait ans perte d'énergie . Calculer l'énergie dissipée par effet Joule E_R dans le conducteur ohmique R entre les instants de dates t_1 et t_2 . En déduire la puissance moyenne P_R dissipée par effet Joule dans le conducteur ohmique entre les instants t_1 et t_2 .

Exercice 8 :

On réalise le circuit électrique suivant qui est constitué par un générateur idéal de tension de f.e.m E ,un condensateur (C) de capacité C est initialement déchargé , un conducteur ohmique (D) de résistance R et un interrupteur K ; Doc 1 .



Doc 2



À l'instant $t = 0$, l'interrupteur est fermé , il est choisi comme origine de dates .

1. déterminer l'équation différentielle vérifiée la tension u_c aux bornes du condensateur .
2. La solution de cette équation s'écrit sous la forme suivante :

$$u_c(t) = A(1 - exp(-t/\tau))$$

tel que A est une constante positive et τ la constante du temps du circuit (R,C) ; montrer que :

$$Ln(E - u_c) = -\frac{1}{\tau}.t + Ln(E)($$

3. La courbe de Doc 2 donne la variation du grandeur $Ln(E - u_c)$ en fonction du temps t. En exploitant cette courbe , trouver la valeur de E et celle de τ
4. Soit E_e l'énergie emmagasinée dans le condensateur à l'instant $t = \tau$ et $E_e(max)$ l'énergie maximale emmagasinée dans le condensateur . Calculer le rapport :

$$\frac{E_e}{E_e(max)}$$

5. Calculer la valeur de la capacité C' du condensateur (C) qu'il faut le brancher avec le condensateur (C) dans le circuit pour que la constante du temps $\tau\tau' = \tau/3$, montrant comment peut on brancher ces deux condensateurs (en série ou en parallèle)

Exercice n°1

1) On charge, sous la tension U = 100 V, un condensateur de capacité C = 60 µF. En régime permanent l'une des deux armatures du condensateur, notée A, porte alors une charge Q_0 positive. Préciser la charge électrique de l'autre armature, noté B, de ce condensateur. Possède-t-elle un défaut ou un excès d'électrons ?

a) Déterminer la valeur de Q_0.

b) Calculer l'énergie emmagasinée par le condensateur.

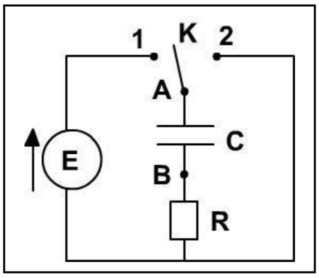
2) A un instant qu'on choisit comme origine des temps, on relie les armatures de ce condensateur ainsi chargé au bornes d'un résistor de résistance R = 100 Ω.

a) Etablir l'équation différentielle qui régit la tension U_{AB} au bornes du condensateur durant le régime transitoire.

b) vérifier que la solution de cette équation est $u_{AB}(t) = U.e^{-t/RC}$.

c) Représenter l'allure de la courbe représentant la variation de $\mathbf{u_{AB}}$ au cours du temps

Exercice n°2



On réalise le montage représenté par le figure suivant à l'aide d'un générateur de tension idéal de f.é.m. E = 10 V, d'un condensateur de capacité C = 2,5 µF et d'un résistor de résistance R = 1,0 kΩ.

1) On charge le condensateur en basculant le commutateur K sur la position 1.

a) Dessiner le circuit électrique équivalent.

b) En utilisant la loi des maille, établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $\mathbf{u_{AB}}$ aux bornes du condensateur.

c) Evaluer $\mathbf{u_{AB}}$ lorsque le condensateur est complètement chargé.

d) Déduire la valeur de l'énergie électrostatique $\mathbf{E_{cm}}$ emmagasinée par le condensateur ainsi chargé. Au bout de combien de temps cette énergie est-elle atteinte ?

2) le condensateur étant chargé, on bascule le commutateur K sur la position 2.

a) Dessiner le circuit électrique équivalent.

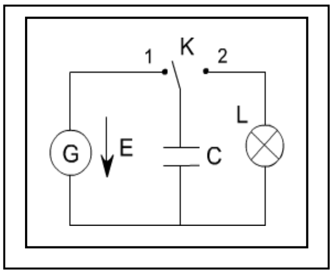
b) En utilisant la loi des maille, établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $\mathbf{u_{AB}}$ aux bornes du condensateur.

c) Chercher la relation entre la durée de charge et la durée de la décharge du condensateur.

d) Sous quelle forme l'énergie emmagasinée par le condensateur est-elle dissipée ?

Exercice n°3

Pour stocker l'énergie nécessaire au fonctionnement d'une lampe (L), on utilise un condensateur (C) de capacité C. ce dernier est chargé à l'aide d'un générateur idéal (G) délivrant une tension continue constante de valeur **U = 30 V**, montés comme l'indique la figure suivante :

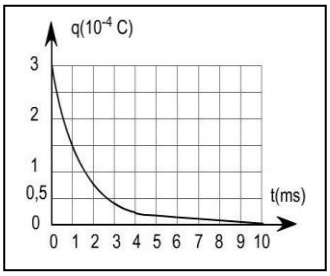


1) On charge le condensateur (position 1 du commutateur K).

a) La charge du condensateur est-elle instantanée ? Justifier la réponse.

b) Exprimer la charge maximale du condensateur en fonction de C et U.

2) Le commutateur est à la position 2, on provoque l'éclairement de la lampe (L) grâce à l'énergie stockée dans le condensateur. On installe une carte d'acquisition de données pour mesurer la valeur de la charge q du condensateuren fonction du temps ; on obtient la graphe suivant :



a) Compléter le schéma du circuit en ajoutant les connections de la carte d'acquisition (masse et voie) permettant de visualiser q(t).

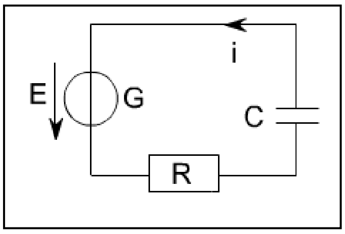
b) Indiquer le sens du courant choisi.

c) La décharge du condensateur est-elle instantanée ? Expliquer.

d) Déterminer graphiquement la constante de temps correspondant à la décharge par recours à la méthode de la tangente.

e) Déterminer la valeur de la capacité C du condensateur.
f) On assimile la lampe après son amorçage à un conducteur ohmique de résistance r supposée constante. Déterminer la valeur de r.

Exercice n°4

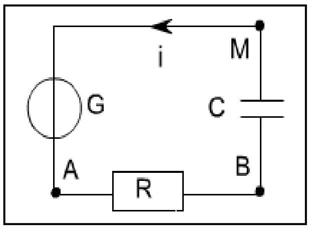


On alimente un dipôle RC série par un générateur de f.é.m. E. et de résistance interne négligeable devant R. (voir figure ci-contre) :
Montrer que la tension u_C aux bornes du condensateur est régie par l'équation différentielle ci-contre.

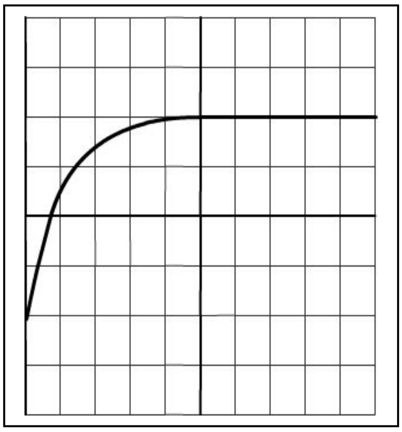
$$\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{RC} u_c = \frac{E}{RC}$$

Vérifier que : $u_c(t) = E + \alpha\, e^{-\beta t}$ est une solution de l'équation différentielle précédente, quelle que soit la valeur non nulle de α, si on choisit correctement β.
Sachant qu'à t = 0, on a : $u_c = 0$ V, écrire l'expression de $u_c(t)$ en remplaçant α et β par leur valeurs.
On donne : E = 4,5 V ; R = 1kΩ et C = 250 µF.

Exercice n°5



On considère le circuit ci-contre formé par un résistor de résistance R = 25 Ω, d'un Condensateur de capacité C initialement déchargé et d'un générateur de tension idéal (G).
On relie la masse d'un oscilloscope à mémoire au point M, la voie X au point B.
On obtient l'oscillogramme représenté ci-contre :



- ✓ balayage horizontale : 10 ms/div.

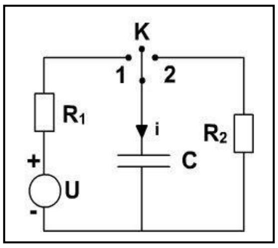
Les réglages de l'oscilloscope sont les suivants :

- ✓ sensibilité verticale voie X : 2V/div.

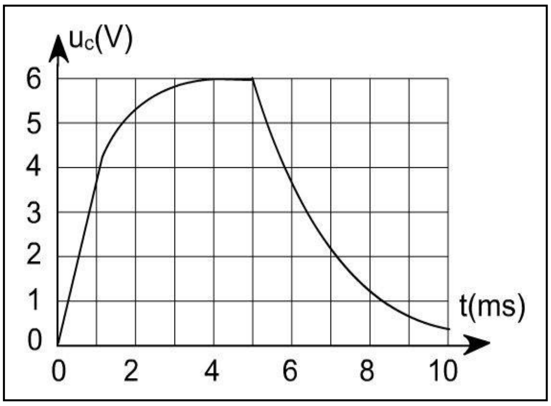
a) Identifier la tension visualisée sur l'écran de l'oscilloscope.
b) Pourquoi la tension représentée sur le graphe ne part-elle pas de la barre horizontale du milieu de l'écran ?
c) Déterminer la valeur de la tension U délivrée par le générateur.
On a rappelle que la constante de temps τ du circuit RC est la durée au bout de laquelle le condensateur, initialement, déchargé atteint 63% de sa charge maximale.

- ✓ Montrer que τ = RC.
- ✓ Mesurer τ en utilisant le graphe.
- ✓ Déduire la valeur de la capacité C.

Exercice n°6



A l'aide d'un générateur de tension idéale, de deux résistors et d'un condensateur, on réalise le montage représenté par le figure ci-contre :
A l'aide d'un oscilloscope, on enregistre la charge d'un condensateur de capacité C à travers le résistor de résistance R_1 = 20 Ω puis sa décharge à travers le résistor de résistance R_2 on obtient le digramme suivant :



1) a) Expliquer comment doit-on procéder pour obtenir l'oscillogramme précédent.
b) Donner la valeur de la f.é.m. du générateur de tension.
c) Déterminer la valeur de C et de R_2.
2) a) $u_C(t)$ présente-t-elle une discontinuité en passant de la charge à la décharge ?
b) qu'en est-il de l'intensité du courant i(t) qui parcourt le circuit ?

Exercice 7 : devoir de contrôle n°1

Dans une séance de travaux pratiques un groupe d'élève se propose de réaliser une expérience qui permet de déterminer la capacité C d'un condensateur. Ils décident de réaliser pour cette fin un montage qui permet de charger à courant constant le condensateur et de le décharger, ce qui permet de mesurer la tension aux bornes du condensateur pendant des durées de charge déterminées.

1) Les élèves réalisent l'expérience, les divers résultats des mesures sont consignés dans le tableau suivant :

t(s)	20	40	60	80	100
U_C(V)	4	8	12	16	20

Donner la relation qui lie l'intensité **I** du courant qui traverse le condensateur à sa charge **q** à un instant **t** donnée.

L'intensité du courant débité par le générateur est **I = 20µA**.

Compléter le **tableau 1**.

À partir des résultats des mesures, l'un des élèves à tracer la courbe du graphe n°1 :

a) Déterminer l'équation numérique de la courbe.

b) Quelle grandeur caractérisant le condensateur représente la pente de la courbe.

Tableau 1

q(……)	……	……	……	……	2000
U_C(V)	4	8	12	16	20

c) Déduire la valeur de la capacité **C** du condensateur.

2) Le constructeur fourni pour ce condensateur la courbe du graphe n°2 .

a) Etablir l'équation numérique de cette courbe n°2.

b) Vérifier si la capacité du condensateur trouvée par les élèves est en accord avec celle donnée par le constructeur.

3) On soumet un dipôle RC formé par un condensateur de capacité C et un conducteur ohmique de résistance R = 1 k Ω à l'échelon de tension.

La variation de la tension aux bornes du condensateur est donnée par la courbe du graphe n°4 de l'annexe

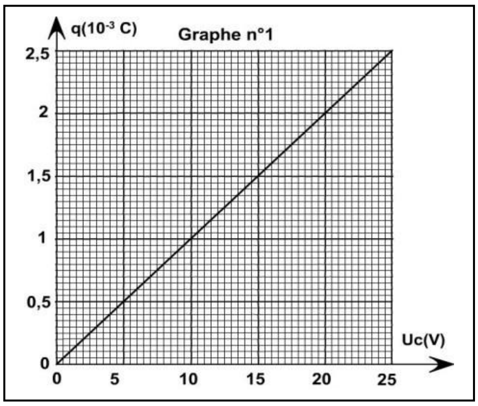
a) En justifiant la réponse par les constructions nécessaires sur le graphe n°3 de l'annexe, déterminer :

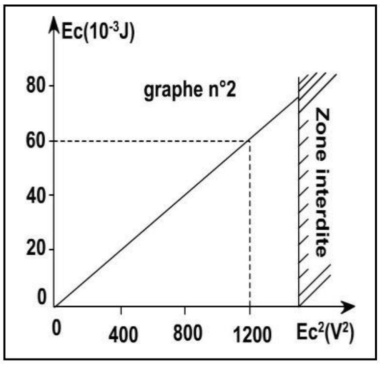
a1. La valeur de la tension E de l'échelon.

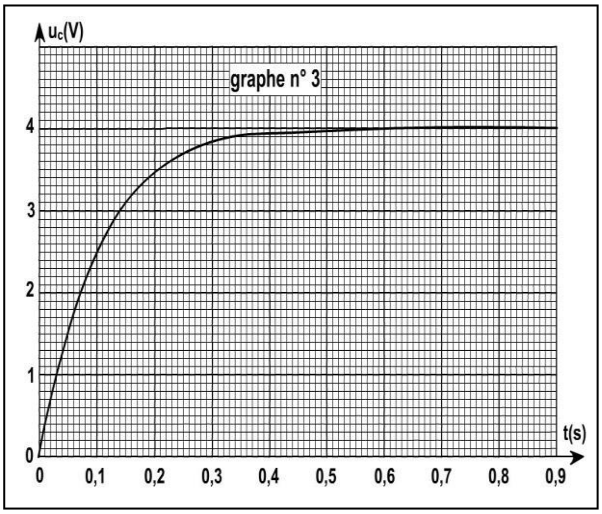
a2. La valeur de la constante de temps.

b) Vérifier si la valeur de la capacité C du condensateur est en accord avec celle trouvée par les élèves dans la question (1. c.)

Annexe







Exercice 8 : devoir de contrôle n°1

Un condensateur de capacité C=2000.10^{-6} F, initialement déchargé est inséré dans le montage électrique de la figure 1 en annexe.

On désigne respectivement par $u_C(t)$ et $u_R(t)$, la tension aux bornes du condensateur et la tension aux bornes du résistor de résistance R.

Le générateur de tension étant idéal, sa f.é.m. est **E= 5 V**.

1) Donner la définition d'un condensateur.

2) a. Quelle tension $u_C(t)$ ou $u_R(t)$ doit-on visualisée à l'aide d'un oscilloscope à mémoire pour étudier les variations de la charge du condensateur aux cours du temps. Justifier.

b. Indiquer sur la figure 1 en annexe les connexions à réaliser avec l'oscilloscope pour visualiser la tension aux bornes du condensateur sur sa voie Y1 et la tension aux bornes du générateur sur sa voie Y2.

3) L'interrupteur K est abaissé à l'instant t = 0.

A partir de l'instant $t = t_1$ la charge électrique **q(t)** du condensateur prend une valeur constante.

On respectant l'orientation du circuit de la figure 1 en annexe, déterminer la valeur algébrique de:

a. La tension $\mathbf{u_C(t_1)}$ aux bornes du condensateur.

b. La charge du condensateur $\mathbf{q(t_1)}$. Justifier.

c. La charge $q_A(t_1)$ et la charge $q_B(t_1)$ respectivement des armatures A et B du condensateur.

d. L'intensité du courant électrique $i(t_1)$. Justifier.

4) Etablir l'équation différentielle qui vérifier par **q(t)** au cours de la charge du condensateur.

5) La solution de l'équation différentielle est : $\mathbf{q(t) = 10^{-2}(1 - e^{-t/2})}$

a. Rappeler l'expression de la constante de temps τ, ainsi que son unité.

b. Déterminer la valeur de R.

c. Représenter dans le repère de la figure 2 en annexe l'allure de la courbe q = f(t).

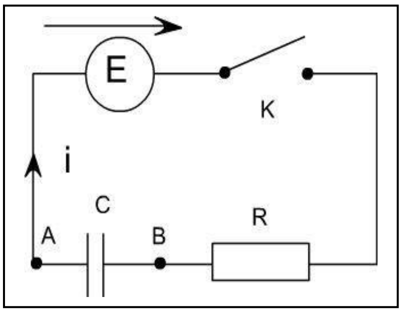
d. Calculer l'énergie emmagasinée par le condensateur à l'instant $t = \tau$.

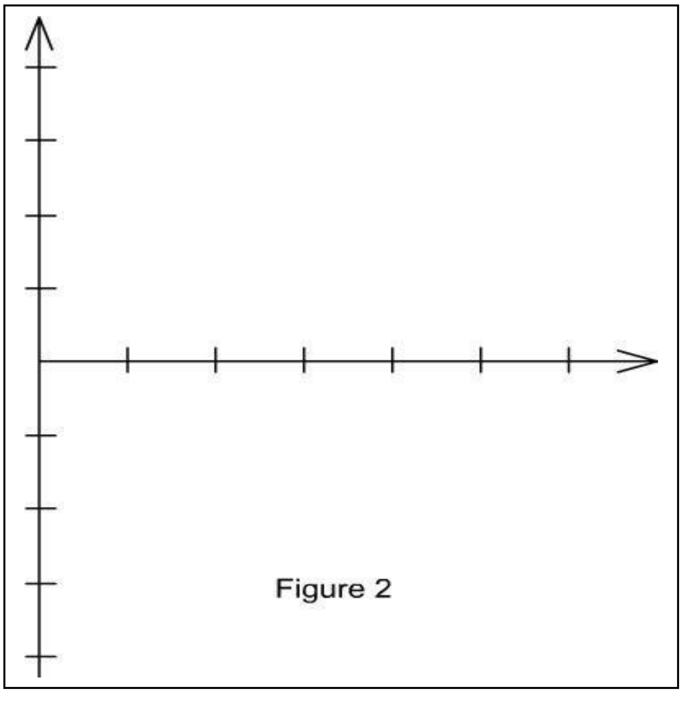
On donne : $\mathbf{(1- e^{-1}) = 0,63}$

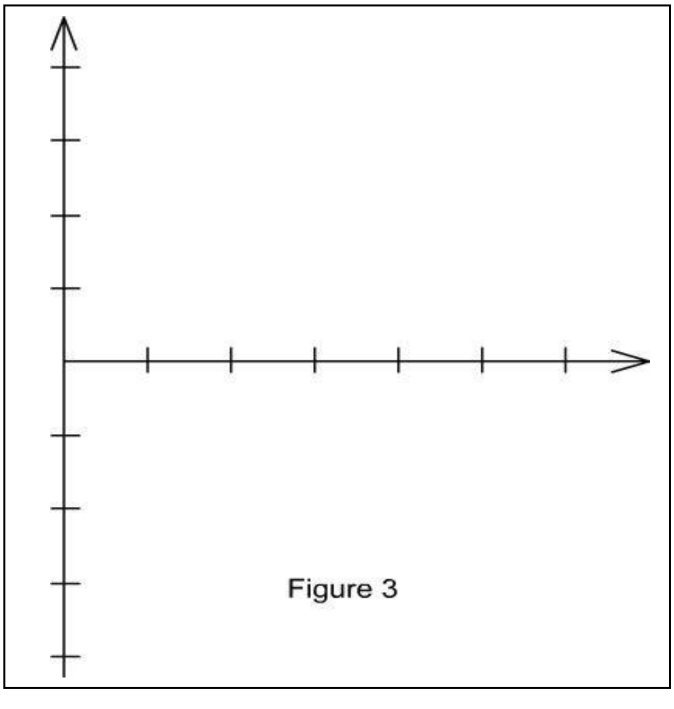
6) En justifiant, représenter dans le repère de la figure 3 en annexe l'allure de la courbe q =f (t), si on charge le condensateur par un générateur de courant idéal, débitant un courant électrique d'intensité I_0.

Annexe

figure 1







Mohamed El Founani
Lycée Ibn Maja

Le dipôle RL :

La bobine :

La bobine est un composant électrique constitué par l'enroulement d'un fil conducteur couvert par un vernis isolant. Son symbole dans les circuits électriques est celui ci-contre.

L'auto-induction :

L'année dernière dans le cours du magnétisme, nous avons vu que chaque fil conducteur parcouru par un courant électrique, crée un champ magnétique.
Lorsque la bobine est traversée par un courant électrique d'intensité variable est soumise aux variations de son propre champ magnétique, et donc on obtient le phénomène d'auto-induction, autrement dit on a l'apparition d'une force contre électromotrice. La bobine est donc auto-inductive.

L'inductance L d'une bobine :

Puisque la bobine joue le rôle d'un récepteur, alors la tension entre ses bornes s'écrit sous forme :

$$u = e + ri$$

Où e est la force contre électromotrice (V), r est sa résistance interne (Ω) et i l'intensité du courant (A).
Suivant un loi que vous verrez dans vos études supérieures on peut exprimer e en fonction de L le coefficient d'auto-induction, appelée l'inductance, et i, la loi est appelée *Loi de Lenz-Faraday* :

$$e = L\frac{di}{dt}$$

Par suite :

$$u = L\frac{di}{dt} + ri$$

L'unité de l'inductance est le Henry, de symbole H.
Pour une bobine idéale, la résistance interne est nulle, c'est-à-dire $r = 0$, d'où :

$$u = L\frac{di}{dt}$$

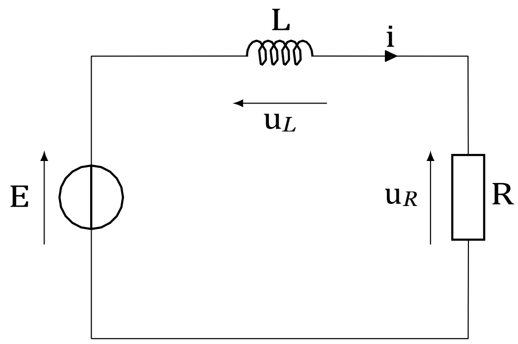
Le dipôle RL :

Le dipôle RL est l'association en série d'une bobine idéale L et d'une résistance R.
On se propose à étudier la réponse du dipôle à un échelon de tension E.

L'établissement du courant:

Étude expérimentale :

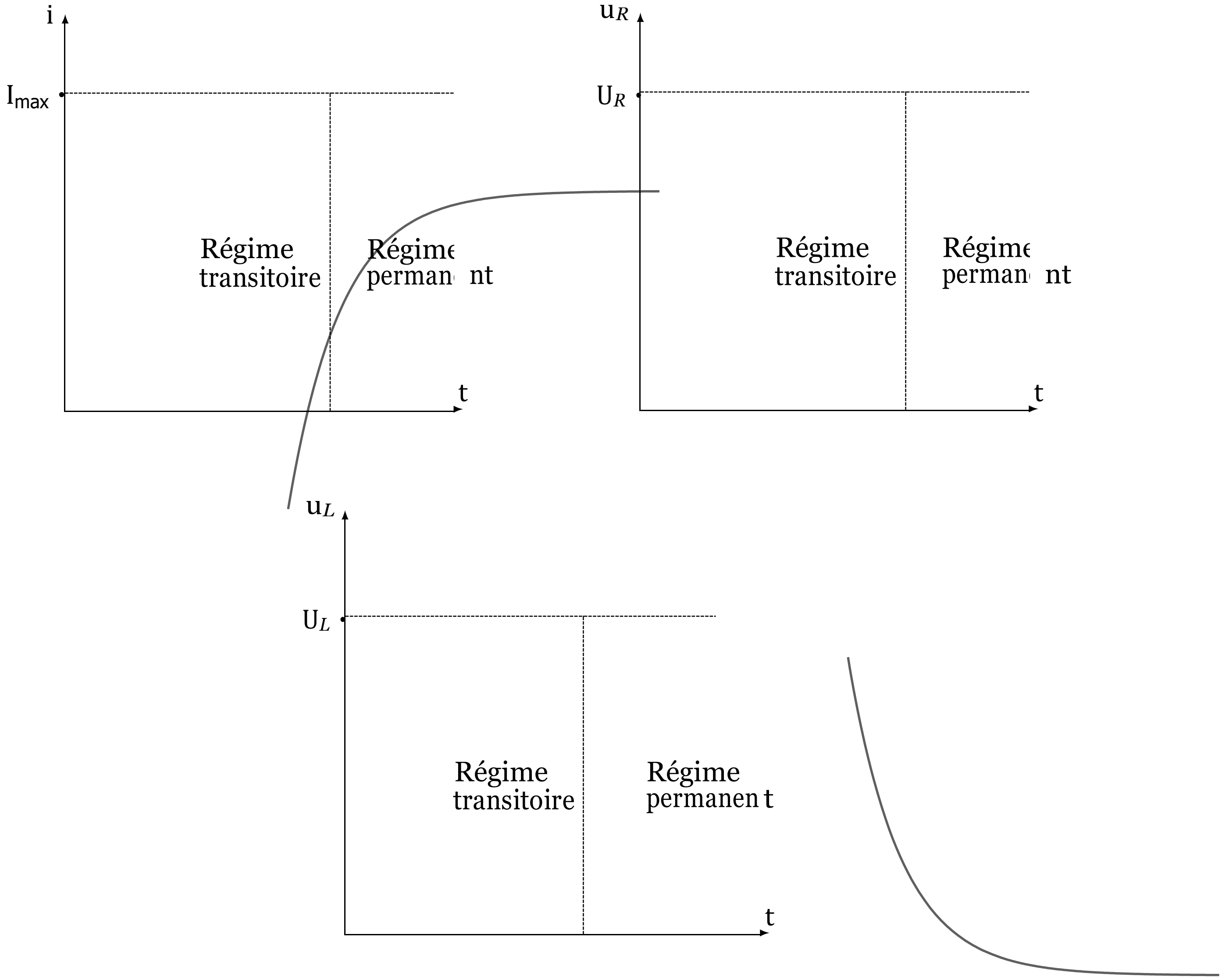
Soit le circuit suivant :



Les formes des courbes des tensions u_L au bornes de la bobine et u_R au bornes de la résistance, obtenues sur un oscilloscope mettent en évidence deux domaines :

Régime transitoire : Le courant i et u_R s'établissent de 0 jusqu'à une valeur constante, alors que u_L d'une valeur maximale jusqu'à 0.

Régime permanent : Lorsque $t \rightarrow \infty$ on a u_L, u_R et i tendent respectivement vers $0, U_{R_{max}}$ et I_{max}.



Étude théorique :

La bobine est supposée idéale (r = 0) :
On a d'après la loi d'additivité des tensions :

$$u_L + u_R = E$$
$$L\frac{di}{dt} + Ri = E$$

C'est une équation différentielle de solution :

$$i = A\left(1 - e^{-\alpha t}\right)$$

En la remplaçant dans l'expression qu'on a obtenu :

$$L\frac{d}{dt}\left(A\left(1 - e^{-\alpha t}\right)\right) + RA\left(1 - e^{-\alpha t}\right) = E$$
$$LA\alpha e^{-\alpha t} + RA - RAe^{-\alpha t} - E = 0$$
$$Ae^{-\alpha t}(L\alpha - R) + (RA - E) = 0$$

On en déduit que :

$$\begin{cases} L\alpha - R = 0 \\ RA - E = 0 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{R}{L} \\ A = \frac{E}{R} \end{cases}$$

Par suite :

$$i = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

où $\tau = \frac{R}{L}$

La constante de temps τ :

Afin d'avoir l'homogénéité dans l'expression de i, il faut que τ soit temporelle. On vérifie ceci en effectuant une analyse dimensionnelle :

$$[\tau] = \left[\frac{L}{R}\right] = \frac{[L]}{[R]}$$

On a :

$$[L] = \frac{[U][T]}{[I]}$$

Et :

$$[R] = \frac{[U]}{[I]}$$

Donc :

$$[\tau] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{[U][T]}{[I]}\cdot\frac{[I]}{[U]} = [T]$$

Par suite τ a une dimension de temps.

L'expression de la tension u_L :

On sait que :

$$u_L = L\frac{di}{dt}$$

Donc :

$$\begin{aligned} u_L &= L\frac{d}{dt}\left(\frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\right) \\ &= L.\frac{E}{R}\frac{1}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} \\ &= Ee^{-\frac{t}{\tau}} \end{aligned}$$

Donc :

$$u_L = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$

L'expression de la tension u_R :

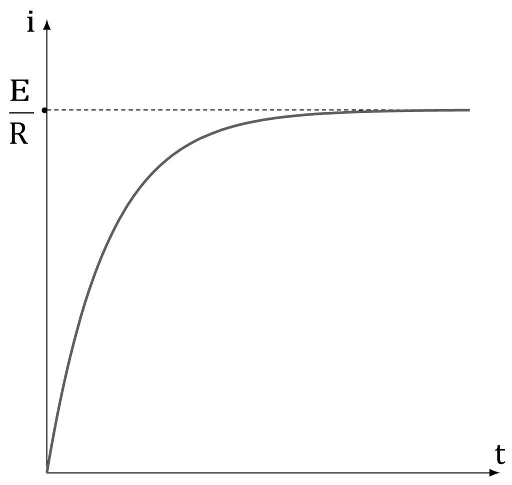
On sait d'après la loi d'Ohm que :

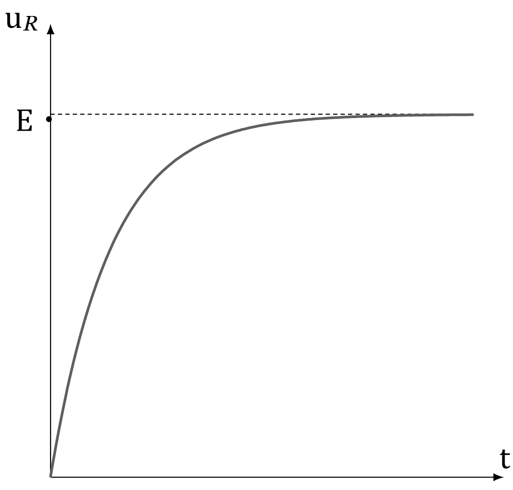
$$u_R = R.i$$

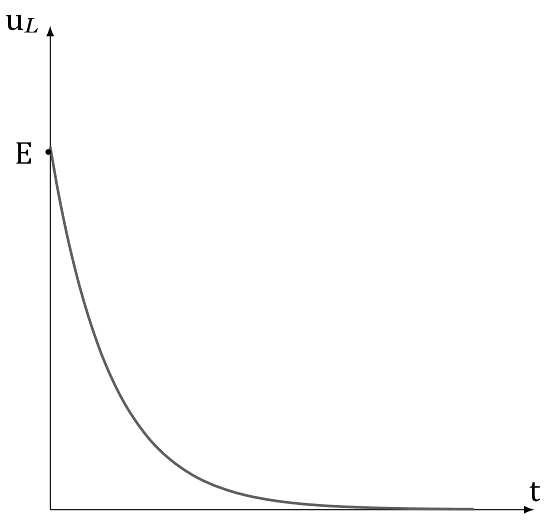
Donc :

$$u_R = R.\frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

Les graphes :



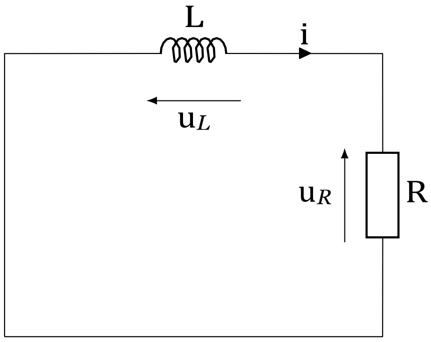




Rupture du courant :

Étude expérimentale :

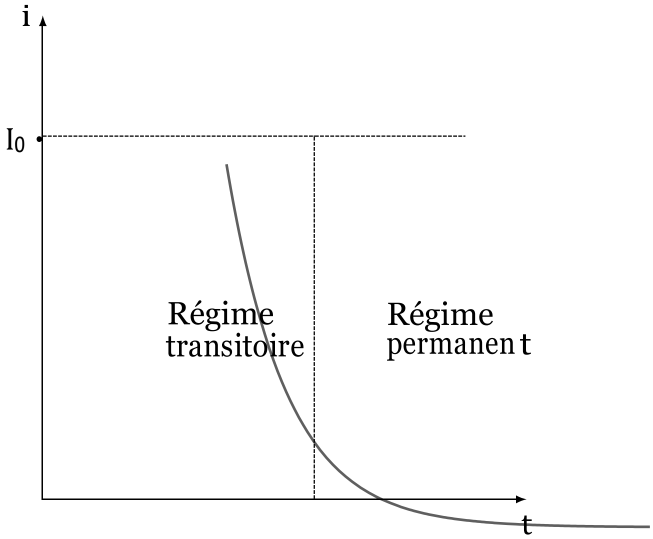
Soit le circuit suivant :

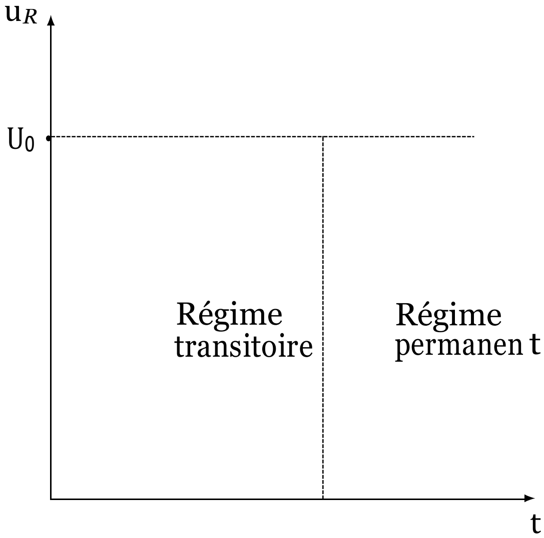


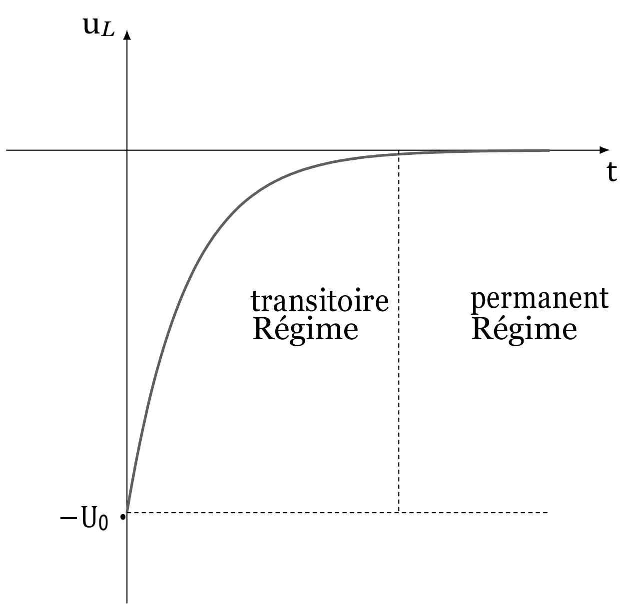
Les formes des courbes des tensions u_L aux bornes de la bobine et u_R aux bornes de la résistances obtenues sur l'oscilloscope, mettent en évidence deux domaines :

Régime transitoire : le courant i qui est proportionnel à la tension u_R s'annule de i = I jusqu'à son annulation à 0.

Régime permanent : tous les courbes tend vers 0, lorsque t → ∞.







Étude théorique :

La bobine est supposée idéale, c'est-à-dire la résistance interne est nulle.
D'après la loi d'additivité des tensions, on a :

$$u_L + u_R = 0$$
$$L\frac{di}{dt} + Ri = 0$$

C'est une équation différentielle de solution :

$$i = Ae^{-\alpha t} + B$$

En la remplaçant dans l'expression obtenu :

$$L\frac{d}{dt}\left(Ae^{-\alpha t} + B\right) + Ae^{-\alpha t} + B = 0$$
$$-LA\alpha e^{-\alpha t} + RAe^{-\alpha t} + RB = 0$$
$$Ae^{-\alpha t}(R - L\alpha) + RB = 0$$

Or $Ae^{-\alpha t} \neq 0$ alors :
$$\begin{cases} R - L\alpha = 0 \\ RB = 0 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{R}{L} \\ B = 0 \end{cases}$$

Pour A, on peut la déterminer à partir des conditions initiales $t = 0$:
À cet instant $i = \frac{E}{R}$, c'est-à-dire :

$$\frac{E}{R} = A$$

Finalement :

$$i = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Où $\tau = \frac{L}{R}$ est la constante du temps en (s).

La tension u_L **:**

On a :

$$u_L = L\frac{di}{dt}$$
$$u_L = L\frac{d}{dt}\left(\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$
$$= L \times \left(-\frac{E}{R}\frac{1}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$
$$= -Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$

Par suite :

$$u_L = -Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$

La tension u_R **:**

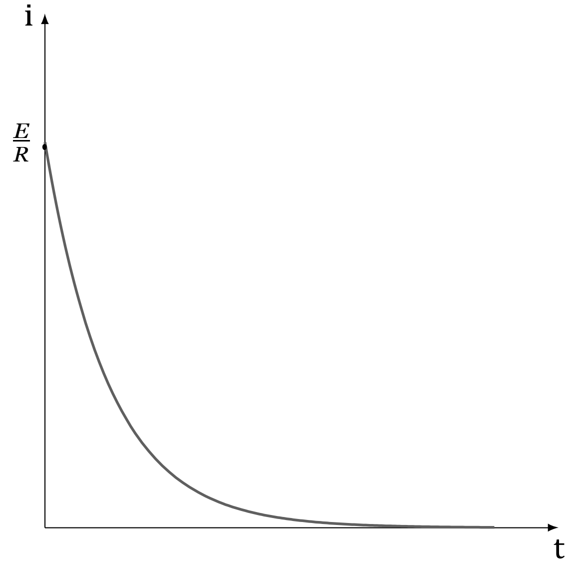
On a :

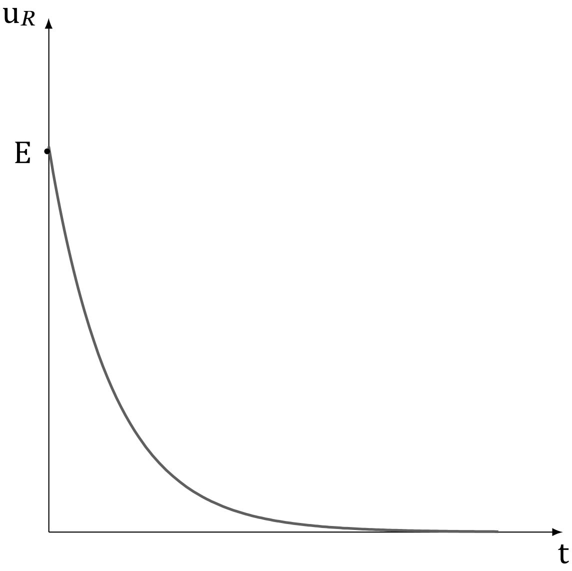
$$u_R = Ri$$
$$= R\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$
$$= Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$

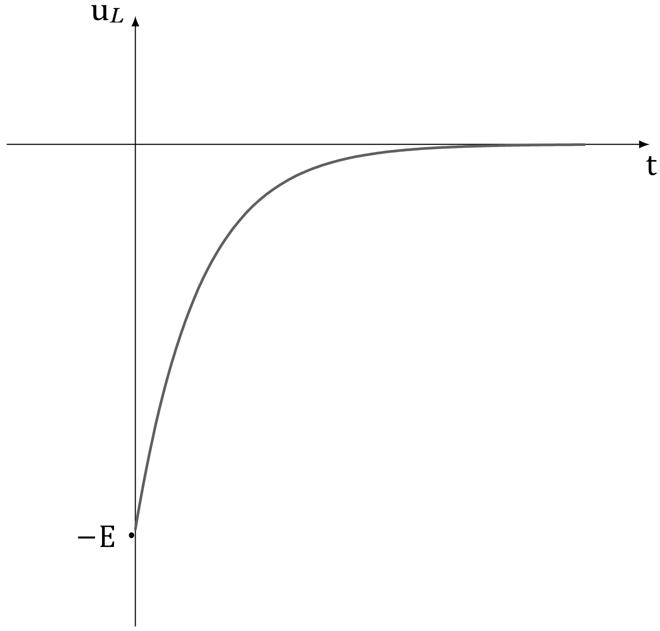
Par suite :

$$u_R = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$

Les graphes :





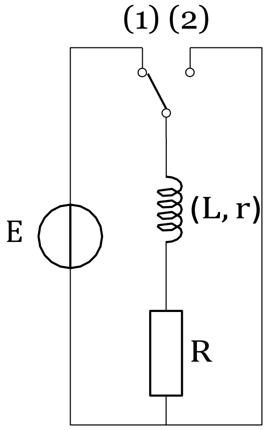


Remarque : Lorsque la bobine a une résistance interne r non négligeable, on suit les mêmes étapes lors de l'étude théorique du circuit, mais avec une résistance totale $R_T = R + r$.
Et donc la constante du temps sera exprimé par la relation suivante :

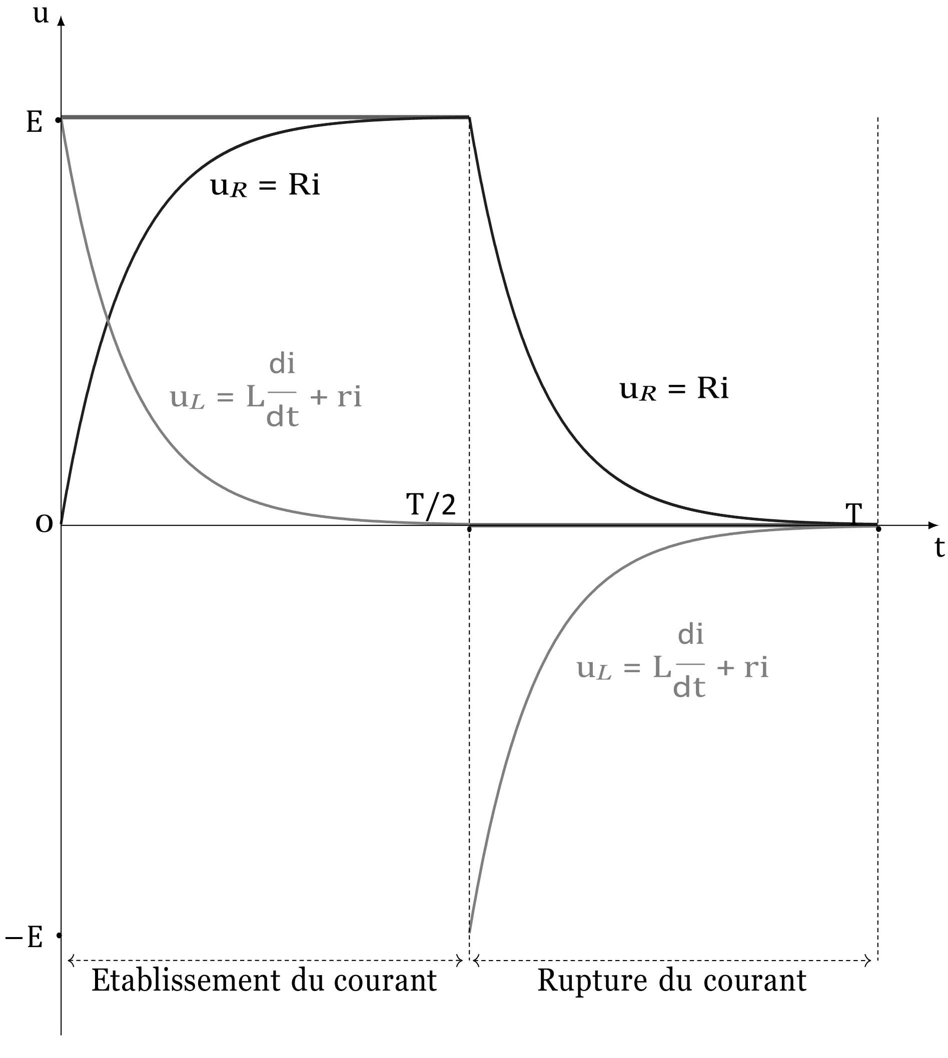
$$\tau = \frac{L}{R_T} = \frac{L}{R + r}$$

Charge et décharge périodique :

On considère le circuit suivant :



À chaque période $T/2$ on met l'interrupteur en une position, tel que en (1) on parle de l'établissement du courant, alors en (2) de la rupture de ce dernier.
On peut montrer que la durée de l'établissement ou de l'annulation du courant dans un circuit RL est environ 5τ.
On obtient sur un oscilloscope les oscillogrammes des tensions u_L et u_R :



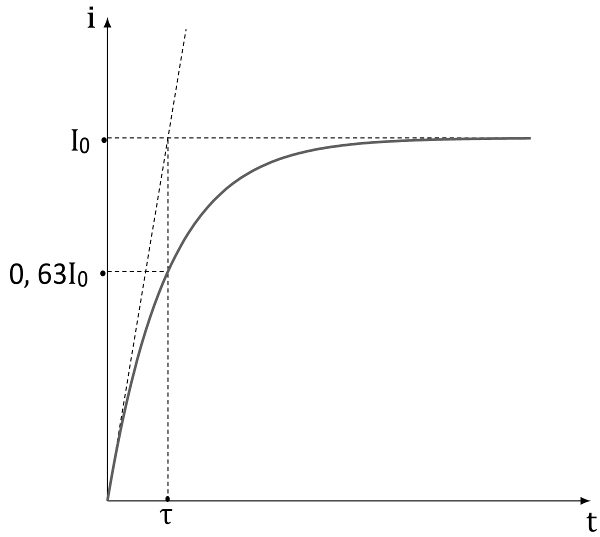
Détermination de τ :

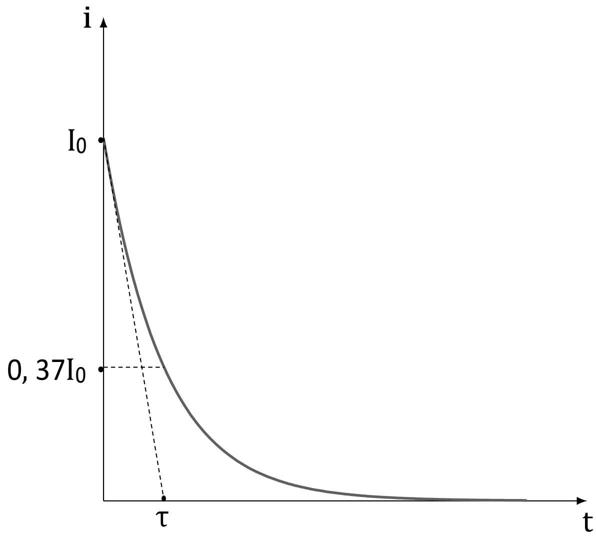
On peut déterminer la constante de temps, graphiquement, en utilisant l'une des méthodes suivantes :

. **La méthode de la tangente.**

. **La méthode de recherche de l'abscisse correspondante** à $0,63I_0$ pour l'établissement du courant, et l'ordonnée $0,37I_0$ pour l'annulation du courant.

C'est-à-dire on utilise les mêmes méthodes citées dans le cours *dipôle RC*.





Aspect énergétique :

Une bobine traversé par un courant acquiert de l'énergie sous forme magnétique, qu'elle restitue dès l'ouverture du circuit.

L'expression de l'énergie emmagasinée par la bobine :

On sait que la puissance aux bornes de la bobine idéale :

$$P = u.i = \frac{dE}{dt}$$

$$P dt = dE$$

$$u.i dt = dE$$

$$dE = u\frac{dq}{dt}dt = u dq = L\frac{di}{dt}dq$$

Et on sait que : $i dt = dq$, donc :

$$dE = L.i\frac{di}{dt}dt$$

$$\int dE = \int L.i di$$

$$E = L\frac{i^2}{2}$$

Donc, l'énergie emmagasinée par la bobine vaut :

$$E = \frac{1}{2}L.i^2$$

Exercice : CIRCUITS RL ET RLC

L'objectif de cette étude est de retrouver expérimentalement la capacité d'un condensateur et l'inductance d'une bobine pour les comparer à celles données par le fabricant.

Le matériel disponible pour l'ensemble de cet exercice est le suivant :

- *Une bobine d'inductance dont les indications du fabricant sont L=1,0H et r=10Ω*
- *Un condensateur dont l'indication du fabricant est C = 10 μF*
- *Un générateur de tension constante E = 10 V*
- *Un conducteur ohmique de résistance R= 1,0 kΩ*
- *Un interrupteur simple et un commutateur bipolaire*
- *Des fils de connexion*
- *Un système d'acquisition informatisé*

1. Étude expérimentale d'un circuit RL

Le schéma du montage réalisé est représenté sur la figure 1 (le système d'acquisition est connecté mais non représenté):

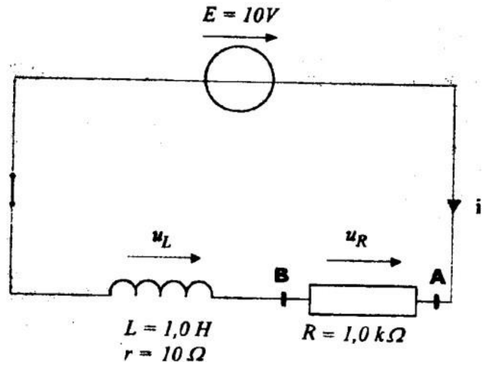


figure 1

Une fois le paramétrage du système d'acquisition effectué, on ferme l'interrupteur à l'instant de date t_0 = 0 s et on enregistre l'évolution de la tension aux bornes du conducteur ohmique de résistance R en fonction du temps. On obtient l'enregistrement représenté sur la figure 2.

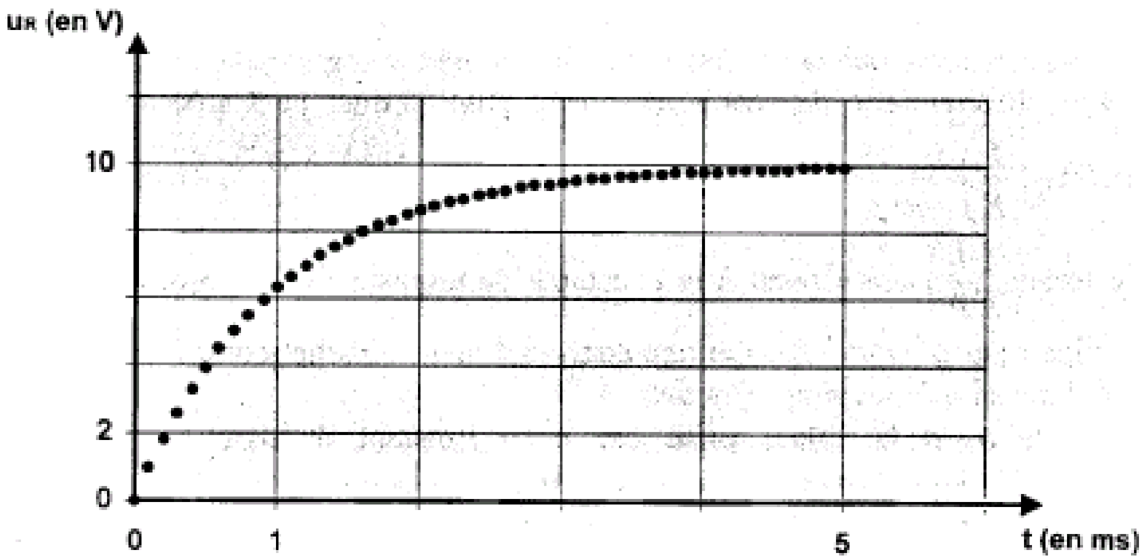
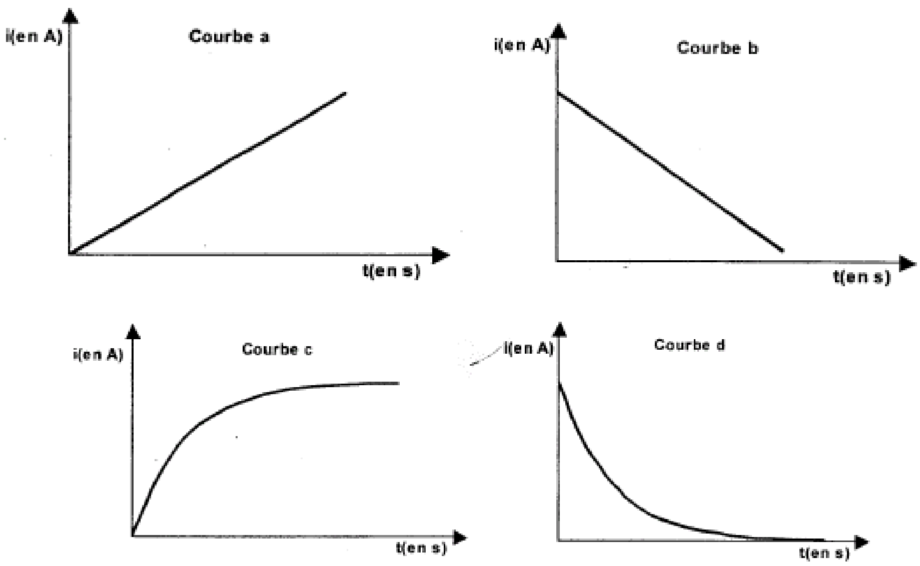


figure 2

L'adaptateur du système d'acquisition s'utilise comme un voltmètre. Il possède deux bornes : COM et V. Préciser à quels points du circuit il faut relier ces bornes pour obtenir la courbe de la figure 2.

On donne différentes courbes susceptibles de représenter l'intensité du courant en fonction du temps. Choisir celle qui correspond à l'évolution de l'intensité du courant en fonction du temps dans le circuit de la figure 1, après la fermeture de l'interrupteur. Justifier à partir de la courbe expérimentale donnée sur la figure 2.



Quelle est l'influence de la bobine sur l'établissement du courant lors de la fermeture du circuit ?

2. Modélisation et équation différentielle

Si l'on considère que la résistance r de la bobine est négligeable devant R, montrer que l'équation différentielle de ce circuit, interrupteur fermé, peut s'écrire sous la forme :

$$E = u_R(t) + \left(\frac{L}{R}\right) \frac{du_R(t)}{dt}$$

Le terme $\left(\frac{L}{R}\right)$ correspond à la constante de temps τ de ce circuit (dans lequel on a négligé r par rapport à R). Par une analyse dimensionnelle montrer que cette constante a la dimension d'un temps (ou durée).

On note $u_R(\tau)$ la valeur prise par u_R à l'instant de date $t = \tau$. Sachant que $u_R(\tau) = 0{,}63(u_R)_{max}$, avec $(u_R)_{max}$, valeur maximale atteinte par la tension u_R, déterminer à partir du graphe de la figure 2 la valeur de la constante de temps τ de ce circuit.

En déduire la valeur de *L* et la comparer avec l'indication du fabricant.

<u>3. Étude du circuit oscillant</u>

On réalise ensuite le montage correspondant au schéma de la figure 3.

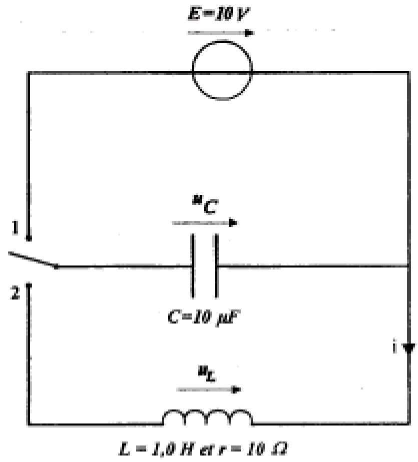


Figure 3

On bascule le commutateur en position 1 pour charger le condensateur puis on le bascule en position 2. Avec le même système d'acquisition et de traitement qu'au 1, en adaptant le paramétrage, on enregistre la tension $u_C(t)$ dont le graphe est représenté sur la figure 5.

L'enregistrement débute à l'instant de date $t_o = 0$ s qui correspond au basculement du commutateur en position 2.

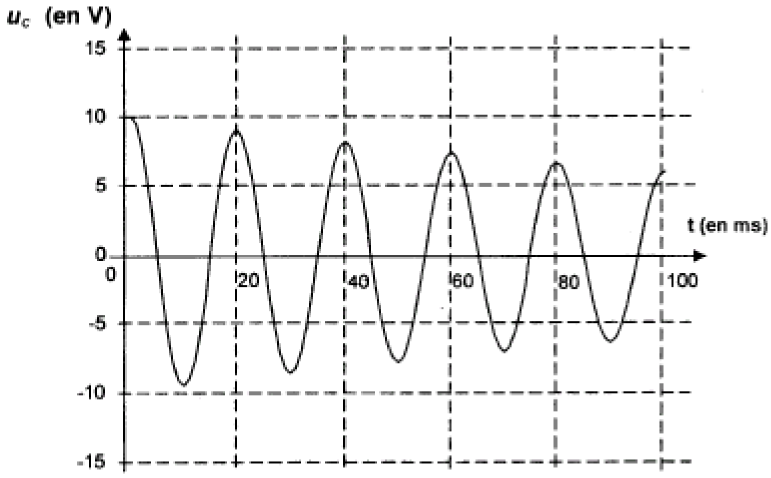


figure 5

Comment peut-on expliquer la diminution d'amplitude des oscillations au cours du temps ?

Déterminer la valeur de la pseudo-période du signal.

Ici on peut considérer que la période propre et la pseudo-période ont la même expression. En déduire la valeur de la capacité C du condensateur et comparer avec l'indication du fabricant. *On donne $\pi^2 \approx 10$*

Exercice : Circuits RL et RLC **Correction**

1. Étude expérimentale d'un circuit RL

La courbe représentative de la tension montre que la tension est positive. Il faut mesurer u_{AB}, pourcela on relie la borne « V » au point A et la borne « COM » au point B.

D'après la loi d'Ohm: $u_{AB} = u_R = R.i$. Donc $i = \dfrac{u_R}{R}$.

L'intensité du courant est proportionnelle à la tension u_R. La courbe i = f(t) a donc la même allure que u_R = f(t) : il s'agit donc de la courbe c.

Toute bobine s'oppose aux variations de l'intensité du courant qui la traverse. Ici elle retardel'établissement du courant qui ne passe pas instantanément de 0 à sa valeur maximale.

2. Modélisation et équation différentielle

D'après la loi d'additivité des tensions dans le circuit : $E = u_R(t) + u_L(t)$ **(1)**

La tension aux bornes de la bobine de résistance interne négligeable a pour expression :$u_L(t) = L.\dfrac{di}{dt}$

or $i = \dfrac{u_R(t)}{R}$ d'où $u_L(t) = \left(\dfrac{L}{R}\right).\dfrac{du_R(t)}{dt}$

En remplaçant dans l'équation **(1)**, on trouve : $E = u_R(t) + \left(\dfrac{L}{R}\right)\dfrac{du_R(t)}{dt}$

Analyse dimensionnelle:

La loi d'ohm permet décrire : [U] = [R]×[I]

La tension aux bornes d'une bobine permet d'écrire : $[U] = [L]\times[I]/[T] = [L]\times[I]\times[T]^{-1}$

On en déduit $[U] = [R]\times[I] = [L]\times[I]\times[T]^{-1}$ soit [L]/[R] = [T]

Le rapport L/R a donc les dimensions d'un temps.

$(u_R)_{max} = 10$ V.

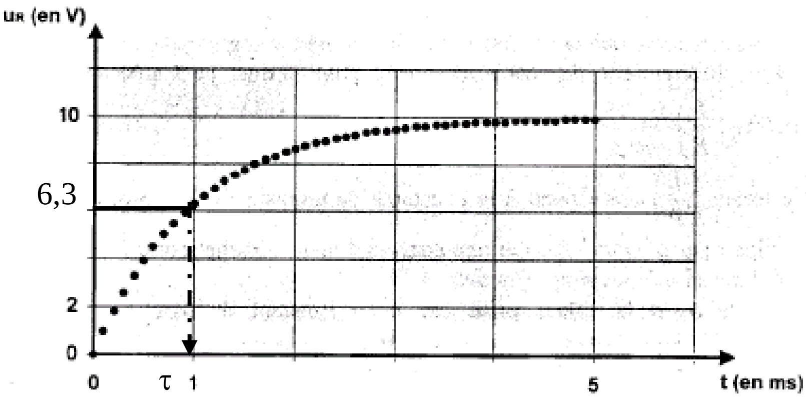
$u_R(\tau) = 0{,}63\times10 = 6{,}3$ V

Par lecture graphique, on trouve τ **= 1,0 ms**.

On a $\tau = \dfrac{L}{R}$, soit $L = \tau.R$

$L = 1{,}0.10^{-3}\times 1{,}0.10^{3}$ = **1,0 H**

valeur compatible avec celle du fabricant.



3. Étude du circuit oscillant

La diminution d'amplitude est due à la résistance interne de la bobine. Il y a dissipation d'énergiesous forme de chaleur en raison de l'effet Joule).

La pseudo-période vaut **T = 20 ms**.

La pseudo-période ayant même valeurque la période propre, on a :

$T = T_0 = 2\pi\sqrt{L.C}$

$T^2 = 4\pi^2.L.C$

$C = \dfrac{T^2}{4\pi^2.L}$

$C = \dfrac{(20.10^{-3})^2}{4\times10\times1{,}0} = \dfrac{400.10^{-6}}{40} = 10.10^{-6}$ F

C = 10 µF Valeur égale à celle du fabricant.

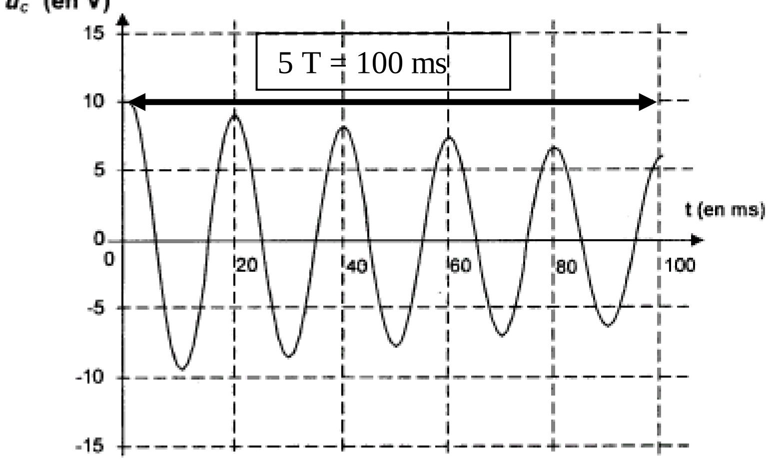


figure 5

$2^{ème}$ Bac International Option Français — Année scolaire 2018/2019

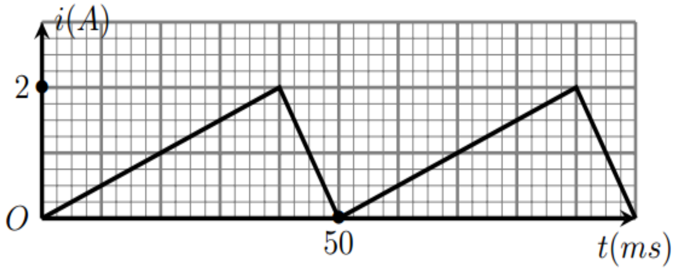
Rédigé par : **Pr. ABDELLAH MERDAD**

La matière : *Physique–Chimie* — Filière : **ST, SM, SP**

Série n°7 : L'électricité

Le dipôle RL

Exercice 1 : inductance d'une bobine



L'intensité du courant dans une bobine de bornes $\boldsymbol{A}$ et $\boldsymbol{B}$, orientée de $\boldsymbol{A}$ vers $\boldsymbol{B}$, est donnée par le graphique ci-contre. La résistance de la bobine est négligeable, son inductance est $L = 50mH$.

1. Quelle relation existe entre u_{AB} et l'intensité i du courant ?

2. a. Montrer que $u_{AB}\ t$ est une tension en créneaux.

b. Préciser les valeurs prise par u_{AB} au cours du temps et représenter u_{AB} en fonction du temps.

Exercices 2 : énergie emmagasinée par une bobine

Une bobine d'inductance $L = 0{,}15$ H et de résistance $r = 12\ \Omega$ est placée dans un circuit série contenant un générateur de tension continue de valeur $E = 4{,}5$ V et un conducteur ohmique de résistance $R = 10\ \Omega$.

1. Représenter le schéma du circuit.

2. Calculer la valeur de la constante de temps τ du circuit.

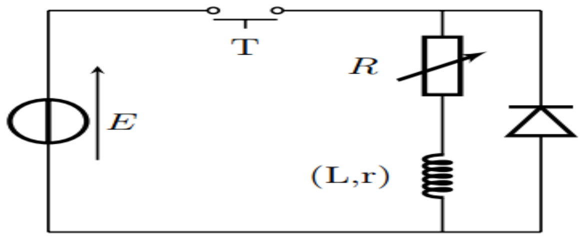
3. Au bout de quelle durée peut-on considérer que le régime permanent est atteint ?

4. Le régime permanent étant atteint, quelle est la valeur de l'intensité du courant électrique circulant dans le circuit ?

5. Quelle est la valeur de l'énergie emmagasinée dans la bobine en régime permanent ?

Exercices 3 : Influence de R et L lors de la disparition du courant

On réalise le montage schématisé ci-dessous dans lequel on trouve un conducteur ohmique de résistance réglable $\boldsymbol{R}$, une bobine $(\boldsymbol{L}, \boldsymbol{r})$, un interrupteur et un générateur de tension continue $\boldsymbol{E}$ égale à $6V$.

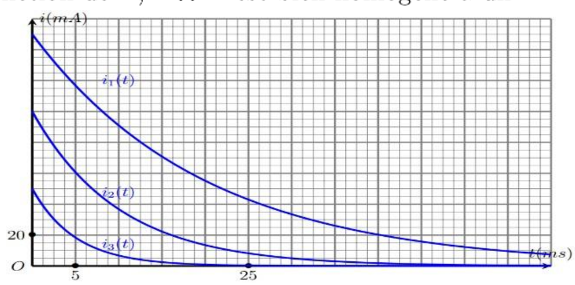


À l'ouverture du circuit on visualise l'évolution de l'intensité du courant dans le circuit au cours du temps, à l'aide d'un système informatisé.

La diode se comporte comme un interrupteur fermé lorsqu'elle est passante, et comme un interrupteur ouvert lorsqu'elle est bloquée.

1. Quelle est l'expression de la constante de temps τ de l'association de cette bobine et du conducteur ohmique ?

2. Par une analyse dimensionnelle, montrer que l'expression de τ en fonction de L, r et R est bien homogène à un temps.

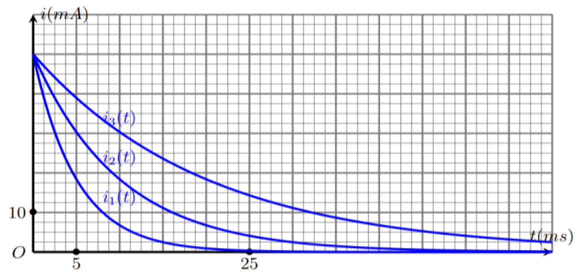


3. Lors d'une première série d'acquisition, on fait varier la résistance R, la bobine utilisée étant la même. on obtient $i_1\ t$ pour une valeur de R_1, $i_2\ t$ pour R_2 et $i_3\ t$ pour R_3.

Comparer les valeurs R_1, R_2 et R_3: *(Voir le graphe ci-contre)*

a. à partir de l'intensité du régime permanente initiale ;

b. à partir des constantes de temps ;



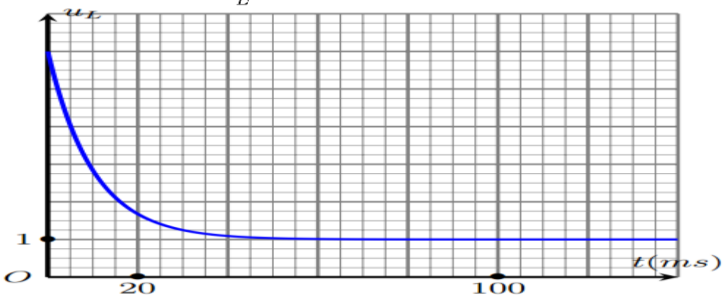
4. Lors d'une seconde série d'acquisition, on place successivement dans le montage trois bobines d'inductance L_1, L_2 et L_3 différentes et même résistance r, la résistance R ne varie pas. On obtient respectivement les intensités $i_1\ t$, $i_2\ t$ et $i_3\ t$.

Comparer les valeurs de L_1, L_2 et L_3. *(Voir le graphe ci-contre)*

Exercices 4 : Évolution au cours du temps de la tension aux bornes d'une bobine

Dans un circuit en série, on place un générateur de tension continue, un interrupteur, un conducteur ohmique de résistance $R = 50\ \Omega$ et une bobine d'inductance $L = 1{,}0\ mH$ de résistance $r = 10\ \Omega$.

On ferme le circuit et, à l'aide d'un système informatisé, on visualise la tension u_L aux bornes de la bobine au cours du temps (voir le graphe ci-contre).



1. Rappeler l'expression de la tension u_L aux bornes d'une bobine en fonction de l'intensité i du courant qui la traverse.

2. Que devient l'expression de u_L lorsque l'intensité du courant traversant la bobine est constante.

3. À partir de quelle date l'intensité du courant traversant la bobine est constante ?

4. Calculer la valeur de l'intensité du courant traversant la bobine lorsqu'elle est constante.

5. Déterminer graphiquement la constante du temps et la comparer à la valeur théorique.

Exercices 5

Dans le circuit en série (figure 1), on place un générateur idéal de tension de f.e.m $E = 6V$, un interrupteur K, un conducteur ohmique de résistance $R = 20\Omega$ et une bobine d'inductance L de résistance r.

À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K. On suit l'évolution des tensions suivantes ; u_R la tension aux bornes du conducteur ohmique, u_B la tension aux bornes de la bobine et u_g la tension aux bornes du générateur, on obtient les courbes représentée dans la figure (2).

I. Le régime permanent :

1. Déterminer l'expression de chacune des tensions, u_R et u_B en fonction de r, R et E en régime permanent.

2. Exprimer le rapport $\frac{u_R}{u_B}$ en fonction de r et R.

3. Déterminer la valeur de r en exploitant les courbes représentées dans la figure (2).

II. Le régime transitoire :

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par $u_R(t)$ la tension aux bornes du conducteur ohmique.

2. La solution de cet équation différentielle est de la forme suivante : $u_R(t) = \boldsymbol{A}e^{-\boldsymbol{\alpha} t} + \boldsymbol{B}$

Déterminer les constantes $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, et $\boldsymbol{\alpha}$.

3. En déduire l'expression de la constante du temps τ et l'expression de la tension u_B au bornes de la bobine.

4. Déterminer graphiquement τ, en déduire la valeur de l'inductance L de la bobine.

5. Lorsqu'on ouvre l'interrupteur K, il apparaît des étincelles électrique entre ses bornes ; donner une explication de ce phénomène.

Pour éviter ce phénomène on branche en dérivation avec la bobine un conducteur ohmique et une diode à jonction, Donner un schéma de ce montage en expliquant son fonctionnement.

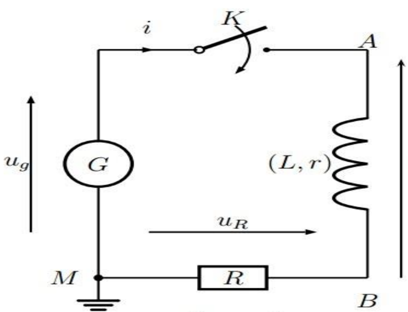


figure 1

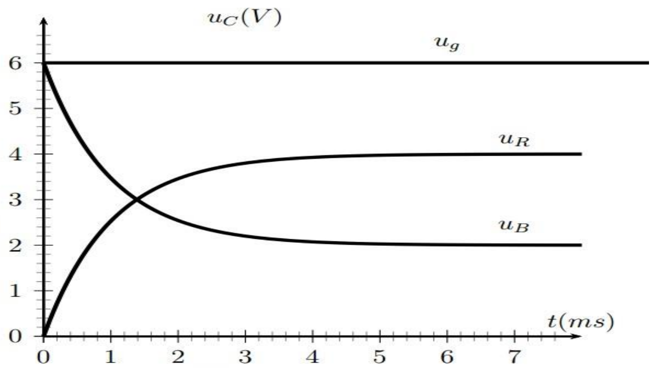


figure 2

Exercices 6

Dans un circuit en série , on place un générateur de tension continue de f.e.m E et résistance interne nulle, un interrupteur K, un conducteur ohmique de résistance $R = 90\Omega$ et une bobine d'inductance L de résistance r.
À l'instant $t = 0$, on ferme le circuit.

1. Représenter le schéma de ce circuit en indiquant le sens du courant les tensions électrique aux bornes de la bobine, du conducteur ohmique et du générateur.

2. Montrer sur le schéma comment peut-on brancher l'oscilloscope pour visualiser l'évolution de l'intensité du courant $i(t)$ traversant le circuit, en justifiant votre réponse.

3. En appliquant la loi d'additivité des tensions, établir l'équation différentielle versifiée par la tension $u_R(t)$ aux bornes du conducteur ohmique.

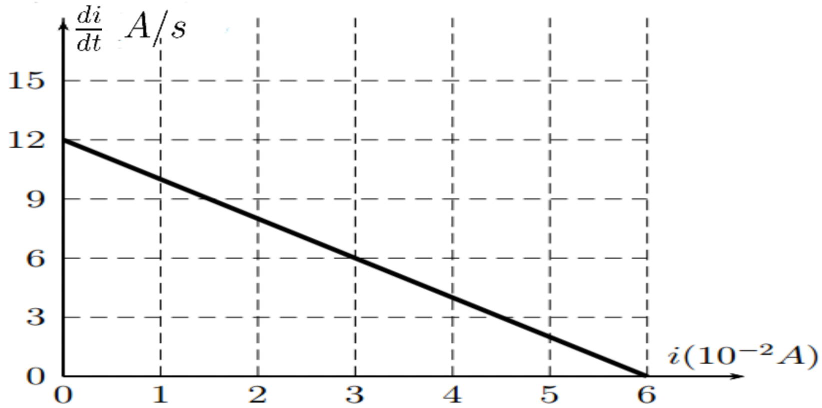
4. Sachant que la solution de cet équation différentielle est de la forme suivante : $u_R\ t = A\big(1 - exp\ -\alpha.t\ \big)$ avec A et α constantes positives. Déterminer A et α et déduire l'expression de $i\ t$ en fonction du temps t et les paramètres du circuit.

5. La graphe ci-contre représente la variation de $\frac{di}{dt}$ en fonction de l'intensité du courant i ;

a. Déterminer l'inductance L de la bobine et se résistance r.

b. Déterminer l'expression de l'intensité I_0 en régime permanent en fonction de E, R, et r et calculer se valeur.

c. Dans le cas où on néglige la résistance de la bobine la forme de la graphe changet-elle ?



Exercice n°1:

Le circuit électrique de la figure 1 comporte en série une bobine d'inductance L=0,6H et de résistance r, un conducteur ohmique de résistance R et un générateur de tension continue de fém. E.

L'origine des temps est prise à l'instant où l'on ferme l'interrupteur (K).

A l'aide d'un oscilloscope à mémoire, on visualise les tensions aux bornes du générateur et $u_R(t)$ aux bornes du conducteur ohmique, on obtient les courbes ζ_1 et ζ_2 de la figure 2.

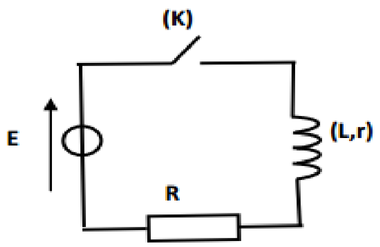


Figure 1

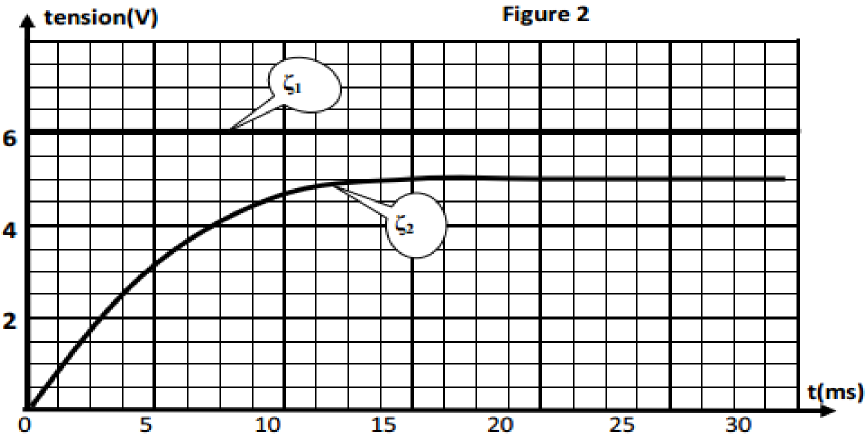


Figure 2

1) a- Indiquer sur la figure 1 les branchements à réaliser de l'oscilloscope nécessaires pour visualiser sur la voie 1 la tension du conducteur ohmique et sur la voie 2 la tension aux bornes du générateur.
   b- Attribuer à la tension $u_R(t)$ la courbe correspondante. Justifier.
   c- Expliquer le retard à l'établissement du courant au niveau de la bobine et nommer le phénomène physique mis en jeu.
2) Déterminer à partir des courbes :
   a- la fém. E du générateur.
   b- Attribuer à la tension $u_R(t)$ la courbe correspondante. Justifier.
   c- Expliquer le retard à l'établissement du courant au niveau de la bobine et nommer le phénomène physique mis en jeu.
2) Déterminer à partir des courbes :
   a- la fém. E du générateur.
   b- la constante de temps τ du circuit électrique.
   c- les valeurs des tensions u_R aux bornes du conducteur ohmique et u_B aux bornes de la bobine en régime permanent.
3) En régime permanent :
   a- Montrer que $u_R = \frac{RE\tau}{L}$.
   b- En déduire les valeurs de R et r.
3) En régime transitoire :
   a- Montrer que l'équation différentielle régissant l'évolution de l'intensité du courant i(t) dans le circuit s'écrit : $\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}i(t) = \frac{E}{L}$.
   b- Vérifier que $i(t)=I_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ est solution de cette équation différentielle.
   c- Préciser la signification physique de I_0 et calculer sa valeur.

Exercice n°2 :

On se propose de déterminer la nature exacte d'un dipôle électrique D qui peut être soit une bobine d'inductance Let de résistance r, soit un condensateur de capacité C. On réalise alors le circuit schématisé sur la figure1. Ce circuit comporte un générateur délivrant entre ses bornes une tension électrique E=6V, un résistor de résistance R_0=100Ω, le dipôle D et un interrupteur, montés tous en série.

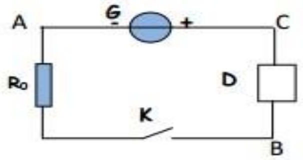


Figure 1

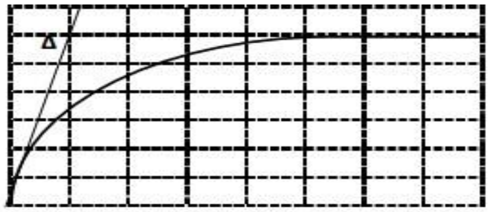


Figure 2

Sensibilité verticale : 1V/div

Sensibilité horizontale : 5ms/div

1. A la fermeture du circuit, on visualise à l'aide d'un oscilloscope à mémoire la tension U_{BA} aux bornes du résistor. On obtient alors le chronogramme représenté sur la figure2.

a. Reproduire le schéma de la figure 1 et représenter les connexions à faire avec l'oscilloscope.

b. Montrer que le dipôle D est une bobine et expliquer le retard à l'établissement du régime permanent dans le circuit

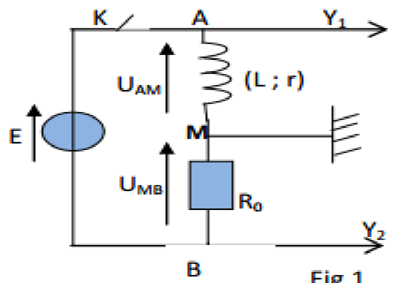
2. a. En appliquant la loi des mailles au circuit, montrer que la tension U_{BA} aux bornes du résistor vérifie l'équation différentielle : $\frac{dU_{BA}}{dt} + \frac{1}{\tau} U_{BA} = \frac{R_0}{L} E$ avec $\tau = \frac{L}{R}$ et $R=R_0+r$.

b. Sachant que $U_{BA} = \frac{R_0}{R_0+r} E(1 - e^{-t/\tau})$, déterminer graphiquement la valeur de τ.

c. Déterminer les valeurs de r et L.

Exercice n°3 :

On associe une bobine d'inductance L et de résistance interne $r=10\Omega$, un générateur de fem E, un résistor de résistance R_0 et un interrupteur K (figure 1). A fin d'enregistrer les tensions $U_{AM}(t)$ et U_{MB} (t), on relie les entrées Y_1 et Y_2 d'un oscilloscope à mémoire respectivement aux points A et B du circuit et on appuie au bouton inversion de la voie Y_2. A la date t=0 on ferme K. L'oscilloscope enregistre simultanément les courbes (C_1) et (C_2) de la figure 2.



[2]

Fig.1

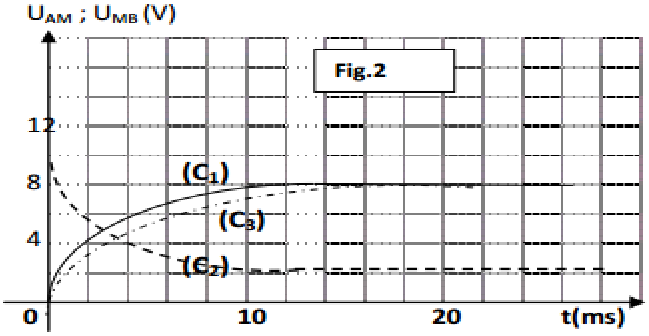


Fig.2

1. Justifier l'inversion faite sur la voie Y_2 de l'oscilloscope.

2. Montrer que l'intensité i du courant qui circule dans le circuit est régie par l'équation différentielle :

$\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} i = \frac{E}{L}$ avec $\tau = \frac{L}{R}$ et $R=R_0+r$.

3. a. Vérifier que $i(t) = I_p(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ est solution de l'équation différentielle ou I_p est une constante dont on déterminera l'expression en fonction de E et R.

b. En déduire l'expression de chacune des tensions $U_{AM}(t)$ et $U_{MB}(t)$.

c. Identifier parmi les courbes (C_1) et (C_2) celle qui représente U_{MB}.

4. En exploitant les courbes (C_1) et (C_2), de la figure 2, déterminer les valeurs de :

- la fem E.
- l'intensité I_0 du courant qui circule dans le circuit en régime permanent
- la résistance du résistor R_0.
- la constante de temps τ et en déduire la valeur l'inductance L.

5. Dans le circuit précédent on modifie l'une des paramètres L ou bien R_0.

L'enregistrement de la tension U_{MB} est représenté par la courbe (C_3).

Identifier la grandeur dont la valeur a été modifiée et comparer la nouvelle valeur avec sa valeur initiale.

Exercice n°4:

On réalise un circuit électrique AM comportant en série un conducteur ohmique de résistance R=50 Ω, une bobine (B_1) d'inductance L et de résistance supposée nulle et un interrupteur K. le circuit AM est alimenté par générateur de tension de fém E (figure1).

Un système d'acquisition adéquat permet de suivre l'évolution au cours du temps des tensions U_{AM}(t)et U_{DM}(t) sont celles de la figure 2.

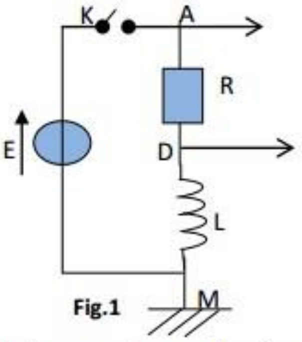
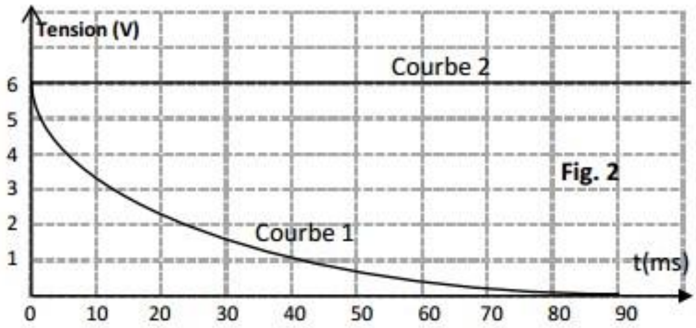


Fig.1



1. a. Montrer que la courbe 1 correspond à u_{DM}(t).

b. Donner la valeur de la fém. E du générateur.

2. a. A l'instant t_1=10ms, déterminer graphiquement la valeur de la tension U_{B1} aux bornes de la bobine (B_1) et déduire la valeur de la tension U_R aux bornes du conducteur ohmique.

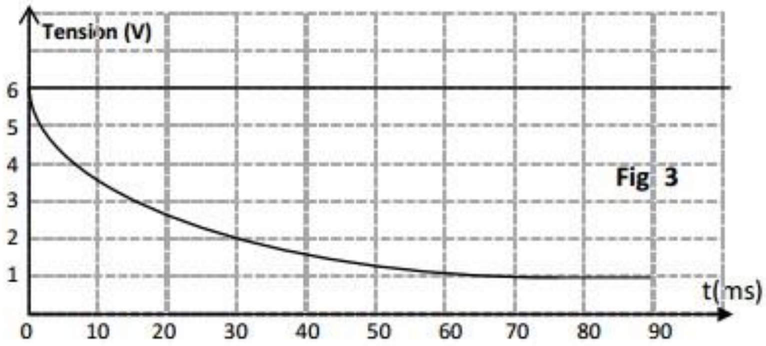
b. A l'instant t_2=90ms, montrer que l'intensité du courant électrique qui s'établit dans le circuit électrique est I_0=0,12A.

3. a. Déterminer graphiquement la valeur de la constante de temps τ du diplôme RL.

b. Sachant que $\tau = \frac{L}{R}$, déterminer la valeur de l'inductance L de la bobine (B_1)

c. Calculer l'énergie emmagasinée dans la bobine (B_1) en régime permanant.

4. On remplace la bobine (B_1) par une bobine (B_2) de la même inductance L mais de résistance r non nulle. Les courbes traduisant les variations de U_{AM}(t) et U_{DM}(t) sont celles de la figure 3.



a. Montrer qu'en régime permanant, la tension aux bornes de la bobine (B_2) est : $U_{B2} = \frac{rE}{r+R}$

b. Déduire la valeur de la résistance r de la bobine.

Exercice n°5 :

Dans une séance de TP, on se propose de déterminer expérimentalement les valeurs de la résistance r et de l'inductance L d'une bobine. Pour cela on réalise deux expériences :

<u>Expérience n°1</u> : *Détermination de la résistance r de la bobine :*

On alimente la bobine à l'aide d'un générateur de tension constante, puis on insère des multimètres dans le circuit afin de mesurer l'intensité qui la traverse et la tension entre ces bornes. Les indications des appareils de mesure, en régime permanent, sont les suivantes : 250 mA et 3,5 V.

1- Donner l'expression de la tension instantanée $u_{AB}(t)$ aux bornes de la bobine lorsque celle-ci est traversée par un courant électrique d'intensité i(t). Que devient cette expression quand le régime permanent est atteint ?

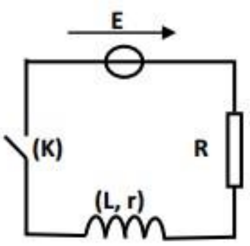
2- En déduire la valeur de la résistance r de la bobine.

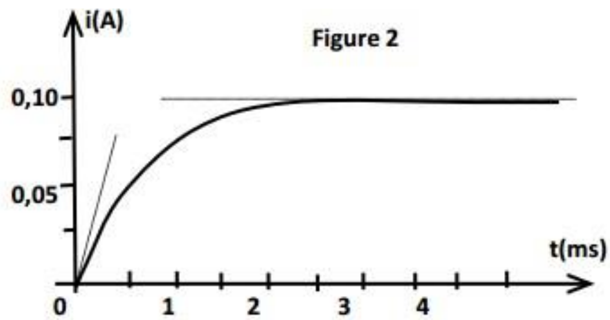
<u>Expérience n°2</u> : *Détermination de l'inductance L de la bobine :*

On réalise un circuit électrique comportant en série : la bobine (L, r), un conducteur ohmique de résistance R=26Ω et un générateur de tension continue de fém. E (figure 1).

Un système approprié, permet d'enregistrer l'évolution au cours du temps de l'intensité du courant i(t) traversant le circuit. L'origine des temps est prise à l'instant où l'on ferme l'interrupteur (K). On obtient la courbe de la figure 2.

Figure 1





1- Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution de i(t).

2- Indiquer sur la courbe de la figure 2 les domaines correspondant aux régimes transitoire et permanent.

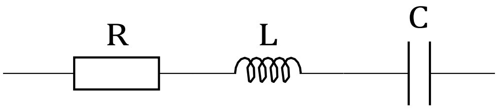
3- a. Déterminer la valeur de la constante de temps du circuit.

b. vérifier que L=20mH.

4- Déterminer la valeur de E.

Les oscillations libres dans un circuit RLC série :

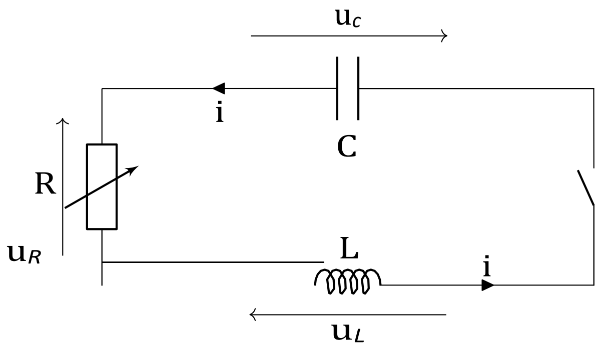
On appelle (RLC) l'association série d'un conducteur ohmique pur de résistance R, une bobine pure d'inductance L et d'un condensateur de capacité C.
Même si la bobine a une résistance interne r la nomination (RLC) reste valable.



Décharge d'un condensateur dans une bobine :

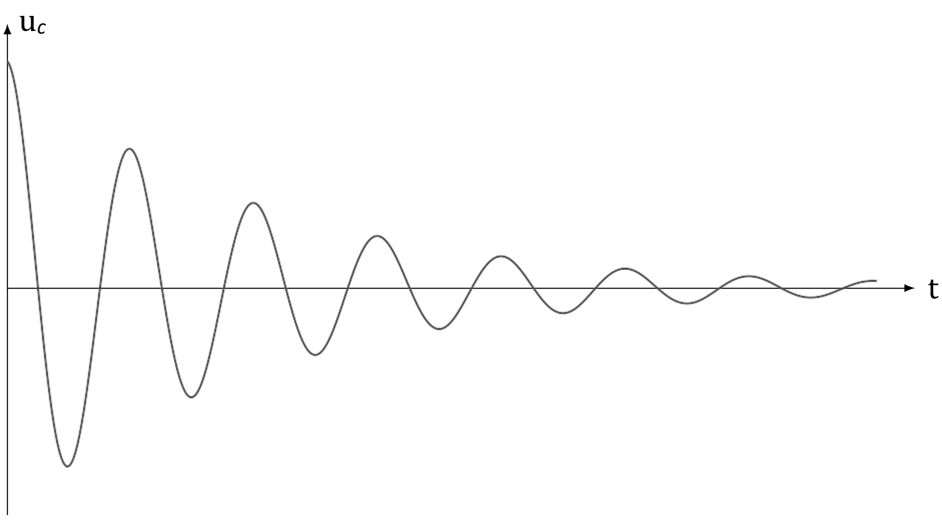
Étude expérimentale :

Un condensateur chargé de capacité C est monté en série avec une bobine idéale d'inductance L et une résistance R, dont la valeur est variable. On ferme l'interrupteur et on visualise sur un oscilloscope, les courbes correspondants de la tension aux bornes du condensateur.

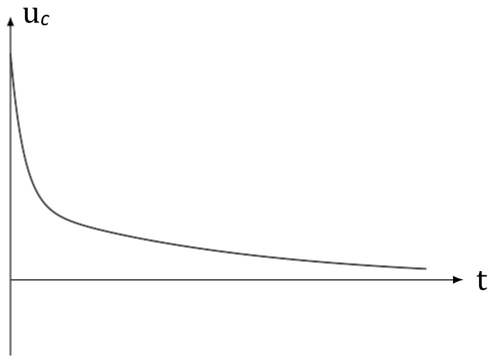


On varie la résistance R du dipôle (RLC).

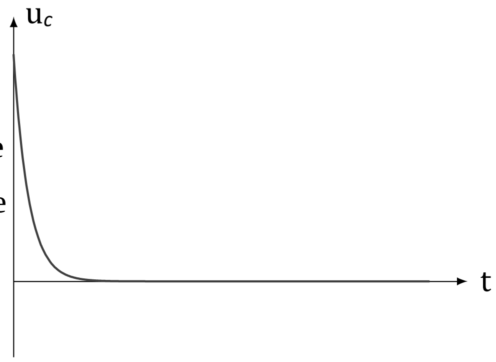
Lorsqu'elle est faible le régime est dit **périodique amorti** ou bien **pseudopériodique**.



Lorsqu'elle est grande, l'amortissement est trop élevée, le régime est dit **apériodique** ou **sous-critique**.



Lorsque $R = 2\sqrt{\dfrac{L}{C}}$, on est à la limite de séparation entre les deux régimes, périodique amorti et apériodique. Le régime est dit **critique**.



Facteur de qualité d'un dipôle (RLC) :

Un paramètre sans dimension soit noté Q, est appelé facteur de qualité du dipôle, il permet de séparer quantitativement ces régimes. Celui-ci peut s'exprimer en fonction des constantes de temps $\tau_L = \dfrac{L}{R}$ et $\tau_c = RC$ des dipôles RL et RC déjà étudiés :

$$Q = \frac{\tau_L}{\tau_c} = \sqrt{\frac{\frac{L}{R}}{RC}} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

La résistance critique, $R_c = 2\sqrt{\dfrac{L}{C}}$, correspond à $Q = 0,5$.

La valeur de Q détermine les régimes libres d'un dipôle (RLC) :

. $Q > 0,5$ le régime est **périodique amorti**.

. $Q = 0,5$ le régime est **critique**.

. $Q < 0,5$ le régime est **apériodique**.

Remarque :

La grandeur Q représente l'ordre de grandeur du nombre d'oscillations pratiquement observables.

Étude théorique :

Équation différentielle :

D'après la loi d'additivité des tensions, on a :

$$u_L + u_c + u_R = 0$$

$$L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{q}{C} = 0$$

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

Donc l'équation différentielle vérifiée par la charge q portée par le condensateur est donnée par :

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

Avec $q = Cu_c$, on aura :

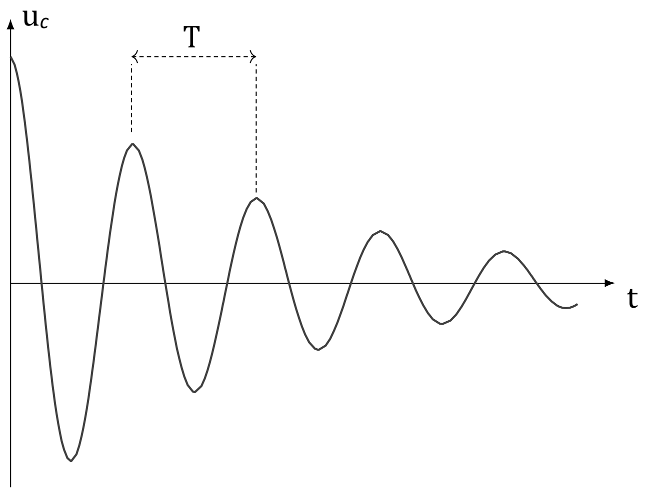
$$LC\frac{d^2u_c}{dt^2} + RC\frac{du_c}{dt} + u_c = 0$$

Autrement :

$$\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{LC}u_c = 0$$

C'est l'équation différentielle vérifiée par la tension u_c entre les bornes du condensateur.

La pseudo-période :



La **pseudo-période** est l'intervalle de temps qui sépare deux maximas consécutifs des oscillations pseudo-périodiques amorties.

Interprétation énergétique :

Transfert d'énergie entre le condensateur et la bobine - Effet Joule :

L'énergie totale dans le circuit (RLC) est donnée par :

$$E = E_m + E_e = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

Dérivons par rapport au temps :

$$\frac{dE}{dt} = Li\frac{di}{dt} + \frac{q}{C}\frac{dq}{dt} = \frac{dq}{dt}\left(L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C}\right)$$

Et on sait que :

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

Donc :

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = -R\frac{dq}{dt}$$

Par suite :

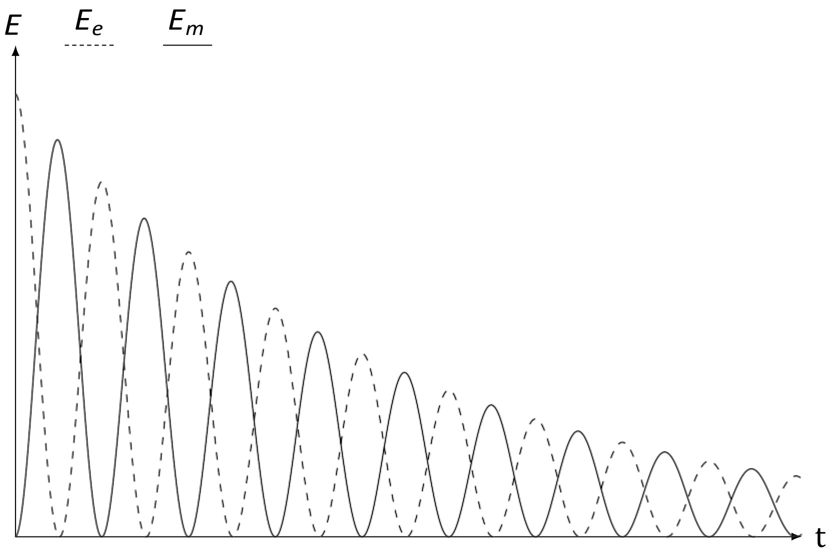
$$\frac{dE}{dt} = -R\left(\frac{dq}{dt}\right)^2$$

Finalement :

$$dE = -Ri^2dt$$

Effet Joule :

Les oscillations libres dans un circuit (RLC) sont caractérisés par des pertes d'énergie par effet Joule dans la résistance, ceci se traduit par un amortissement des oscillations :



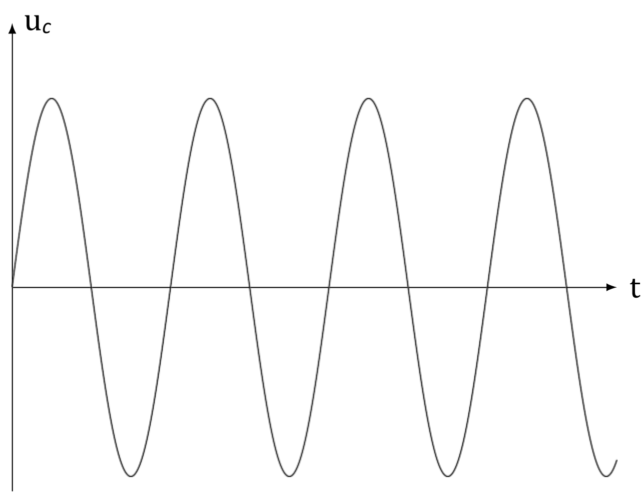
Étude analytique dans le cas d'un amortissement faible :

Le dipôle LC :

Le dipôle LC correspond au cas limite du dipôle RLC où la résistance est nulle : **Les oscillations libres ne sont plus amorties**.
On s'approche au mieux du régime oscillant non amorti en associant en série une bobine d'inductance L grande, de résistance r très petite et un condensateur de capacité C faible, afin d'avoir un grand facteur de qualité.

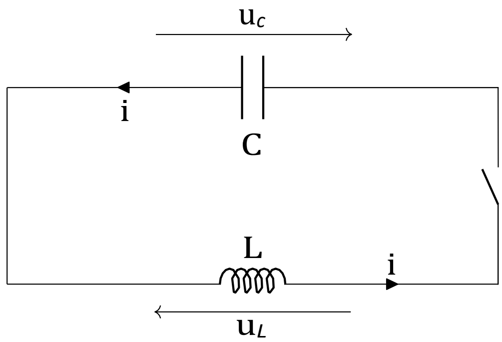
Étude expérimentale :

Avec le montage connecté à un oscilloscope, on peut mettre en évidence les oscillations libres d'un dipôle LC en série.
On obtient sur l'écran de l'oscilloscope, la tension u_c aux bornes du condensateur.



Étude théorique :

Équation différentielle :



On sait que : $u_L + u_c = 0$, en utilisant les relations nécessaires on aboutit à l'expression suivante :

$$L\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$$

$$\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{L}u_c = 0$$

Les équations horaires :

La solution de la première équation différentielle est :

$$q = Q_m \cos \frac{2\pi}{T_0}t + \varphi_0$$

Dans cette équation :

- Q_m La charge maximale
- T_0 La période propre des oscillations non amorties
- φ_0 La phase à l'origine des dates

En divisant la charge q par la capacité du condensateur C, on obtient l'expression de u_c :

$$u_c = U_m \cos \frac{2\pi}{T_0}t + \varphi_0$$

Et en dérivant la charge par rapport au temps t, on obtient l'expression de i :

$$\frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} Q_m \cos \frac{2\pi}{T_0}t + \varphi_0$$

$$= -Q_m\frac{2\pi}{T_0} \sin \frac{2\pi}{T_0}t + \varphi_0$$

$$i = -I_m \sin \frac{2\pi}{T_0}t + \varphi_0$$

La période propre et la fréquence propre :

Dérivons pour la seconde fois l'expression de q :

$$\frac{d^2q}{dt^2} = -Q_m \frac{2\pi}{T_0}^2 \cos \frac{2\pi}{T_0}t + \varphi_0$$

C'est-à-dire :

$$\frac{d^2q}{dt^2} = -\frac{2\pi}{T_0}^2 q \Longleftrightarrow \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{2\pi}{T_0}^2 q = 0$$

Et on sait d'après l'équation différentielle que :

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$$

Par suite la période propre est :

$$\frac{2\pi}{T_0}^2 = \frac{1}{LC} \Longleftrightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

La fréquence propre est donc donnée par :

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Énergie électrique totale d'un circuit (LC) :
L'énergie totale, à un instant t, dans un circuit (LC) est donnée par :

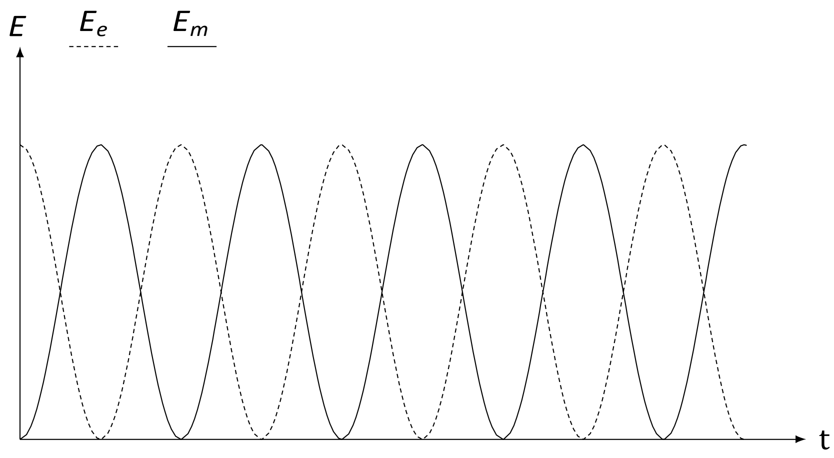
$$E = E_m + E_e = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

Au cours des oscillations, dans le circuit (LC), l'une des deux formes d'énergie se transforme périodiquement en l'autre forme, la somme E restante constante.

$$E = \frac{1}{2}LI_m^2 = \frac{1}{2}CU_m^2 = \frac{1}{2}\frac{Q_m^2}{C}$$

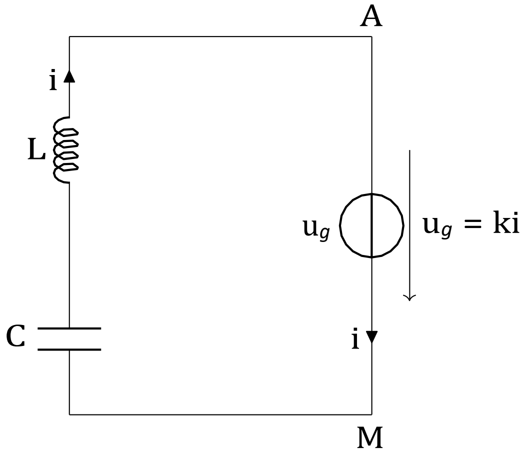
Disons alors que l'énergie totale d'un circuit comportant un condensateur et une bobine non résistive est constante.
Les courbes représentent l'évolution de chaque forme d'énergie en fonction de temps.
La période énergétique vaut la moitié de la période propre du circuit (LC) :

$$T = \frac{T_0}{2}$$



Entretien des oscillations :

Soit le circuit suivant :



Aux bornes (A, M) d'un circuit (rLC) plaçons un générateur fournissant à ses bornes une tension proportionnelle au courant qu'il délivre :

$u_g = ki$ où $k > 0$ de valeur ajustable

On branche un oscilloscope aux bornes d'un condensateur et on varie k.
Dès que $k = r$ où r la résistance interne de la bobine on observe des oscillations sur l'écran.

Interprétation :

On a d'après la loi d'additivité des tensions :

$$u_g = u_L + u_c$$

$$L\frac{di}{dt} + ri + \frac{q}{C} = ki$$

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + (r-k)\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0 \qquad k = r$$

Or $q = Cu_c$ on aura :

$$LC\frac{d^2u_c}{dt^2} + u_c = 0$$

Étude énergétique :

L'énergie diminue selon la loi suivante :

$$\frac{dE}{dt} = -ri^2$$

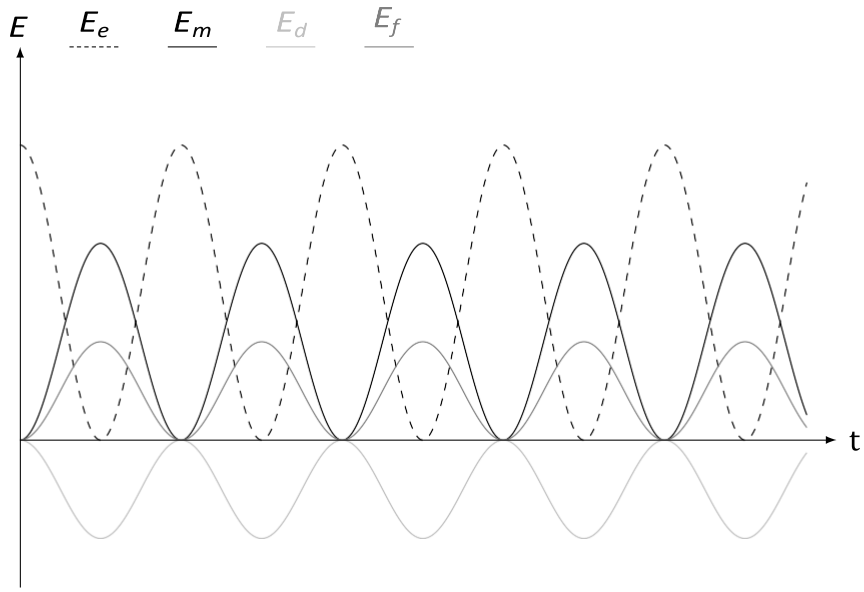
Qui exprime la puissance instantanée dissipée par effet Joule.
Le générateur introduit celle ci :

$$P = -u_g i = -ki^2$$

Lorsque k = r on aura :

$$P = -ri^2$$

Ceci signifie que le générateur compense exactement l'énergie dissipée par effet Joule dans la bobine.
Le système entretenu se comporte énergiquement comme un circuit (LC) idéal.



E_e signifie l'énergie du condensateur (électrique), E_m l'énergie de la bobine (magnétique), E_d l'énergie dissipée dans la bobine et E_f l'énergie fournie par le dispositif d'entretien.

EXERCICE : OSCILLATEUR ELECTRIQUE

Les parties A et B sont indépendantes.

A – Étude d'un condensateur

1. Un générateur idéal de tension constante notée E alimente un condensateur de capacité C en série avec un conducteur ohmique de résistance R.

Le condensateur étant initialement déchargé, on souhaite visualiser, à l'aide d'un oscilloscope numérique, la tension aux bornes du générateur sur la voie A et la tension aux bornes du condensateur sur la voie B, lors de la fermeture du circuit.

Compléter le schéma du montage **(figure 1 de l'annexe à rendre avec la copie)** en représentant les symboles des deux dipôles (condensateur et conducteur ohmique) et les flèches des tensions visualisées sur chacune des voies.

2. L'écran de l'oscilloscope est représenté sur la **figure 2 de l'annexe**. Les réglages de l'oscilloscope sont les suivants :

sensibilité verticale : 2 V/div ;
base de temps : 0,5 ms/div.

a) A quelle voie de l'oscilloscope correspond chacune des deux courbes ? Justifier .

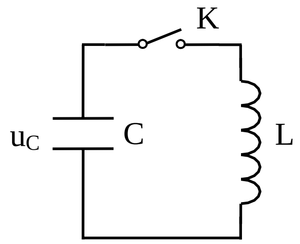
b) Déterminer, à l'aide de l'oscillogramme, la valeur de la tension E délivrée par le générateur .

c) Donner l'expression de la constante de temps τ du dipôle (R, C). Montrer que τ a la dimension d'un temps.

d) Déterminer à l'aide de l'oscillogramme de la figure 2 la valeur de τ en expliquant la méthode utilisée.

B – Étude de l'association d'un condensateur et d'une bobine

On réalise maintenant le montage schématisé ci-contre .
Le condensateur de capacité C est initialement chargé.
La tension à ses bornes est égale à 5,0 V.
La bobine d'inductance L a une résistance négligeable.
Ainsi on considère que la résistance totale du circuit est négligeable.



1. Établir l'équation différentielle que vérifie la tension u_C aux bornes du condensateur après la fermeture de l'interrupteur K.
2. On rappelle que la période propre d'un dipôle (L, C) est $T_o = 2\pi\sqrt{LC}$.
   Pour le dipôle étudié, la valeur calculée est $T_o = 4,0 \times 10^{-3}$ s.

Un ordinateur muni d'une carte d'acquisition permet de visualiser l'évolution de la tension aux bornes du condensateur u_C. Le début de l'enregistrement est synchronisé avec la fermeture de l'interrupteur (t = 0).

a) Représenter, sur **la figure 3 de l'annexe à rendre avec la copie**, l'allure de la tension observée sur l'écran.

b) On remplace le condensateur par un autre de capacité C' = 4 C, en conservant la même bobine.

Exprimer la nouvelle période propre T_o' en fonction uniquement de T_o.

c) Donner les expressions des énergies emmagasinées par le condensateur et par la bobine.
Laquelle de ces deux énergies est nulle à t = 0 ? Justifier.
A quelle date, l'autre énergie sera-t-elle nulle pour la première fois ?

3. En réalité, la résistance totale du circuit est faible mais pas négligeable.

a) Quelle conséquence cela a-t-il d'un point de vue énergétique ? Justifier.
b) Comment qualifie-t-on ce régime ?

ANNEXE A RENDRE AVEC LA COPIE

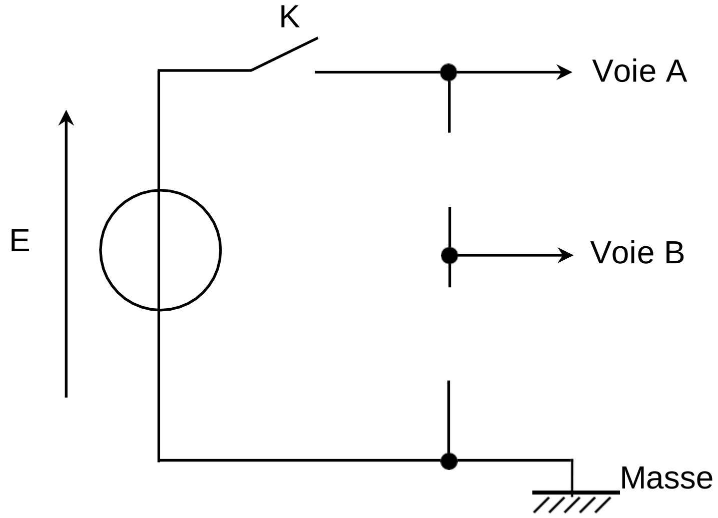


Figure 1

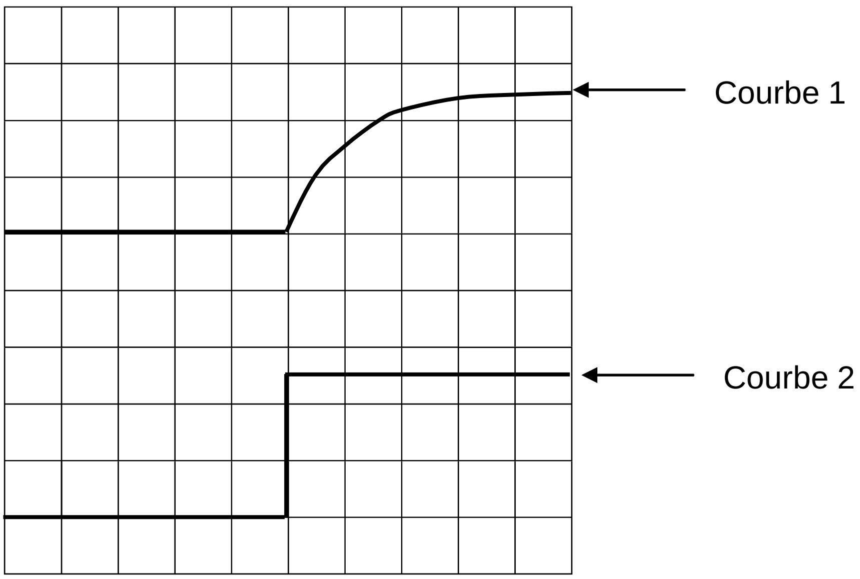


Figure 2

ANNEXE A RENDRE AVEC LA COPIE

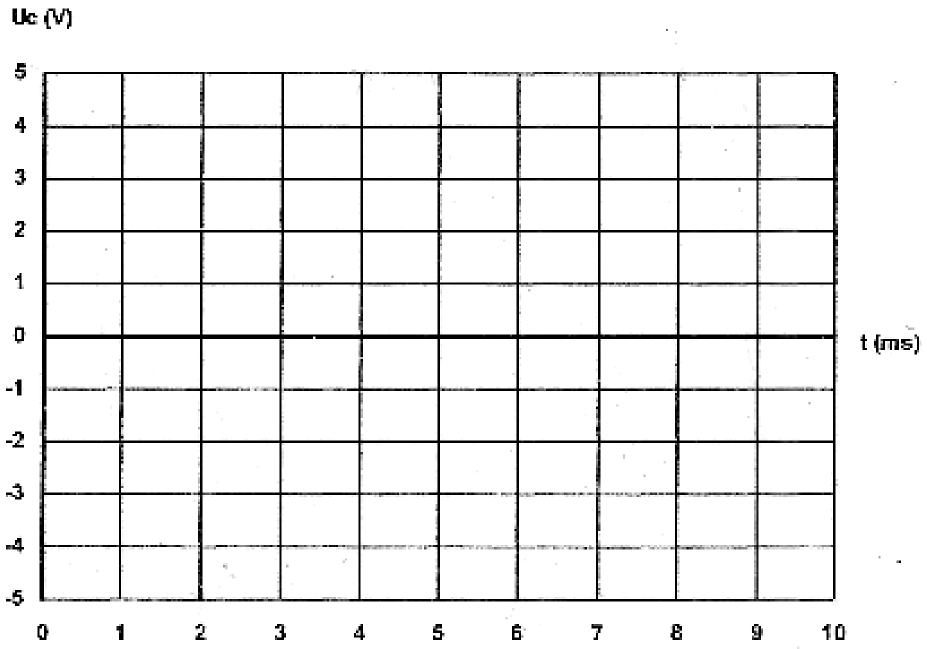
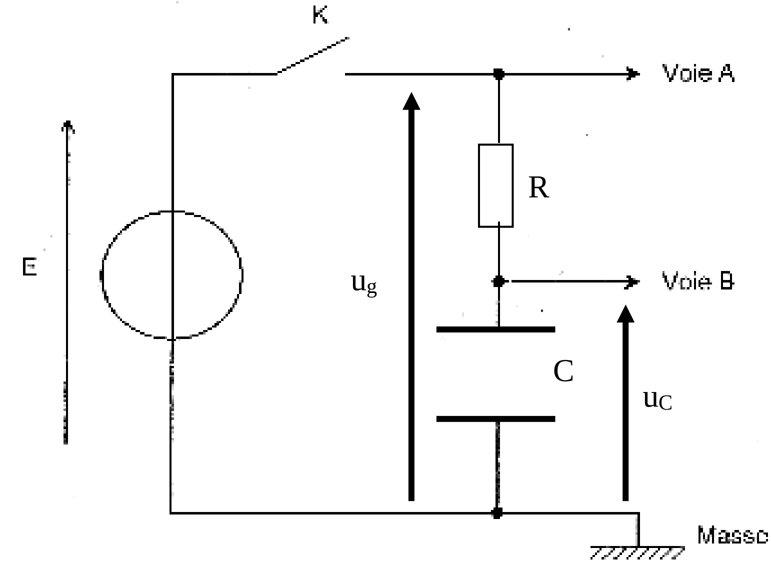


Figure 3

EXERCICE : OSCILLATEUR ELECTRIQUE (Correction)

A – Étude d'un condensateur

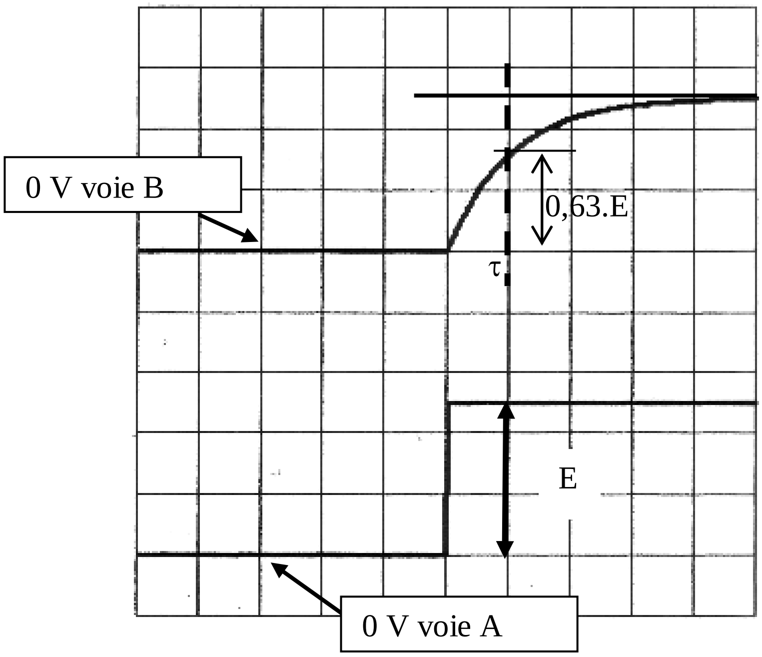
A.1.



Quand on ferme l'interrupteur la tension u_g passe instantanément de 0 à E volts, elle est doncreprésentée par la courbe 2. La courbe 2 correspond à la voie A.

Le condensateur ne se charge pas instantanément: u_C augmente exponentiellement puis tend vers une tension constante lorsque la charge est terminée. La courbe 1 correspond à la voie B.

E correspond à 2,5 divisions sur l'écran,soit E = 2,5×2 = 5V



$\tau = R \times C$

$[\tau] = [R] \times [C]$

Or U = R×I (loi d'Ohm) et U = $\frac{Q}{C}$

D'autre part I = $\frac{Q}{\Delta t}$

Il vient : $[\tau] = \frac{[U]}{\ } \times \frac{[Q]}{\ } = \frac{[Q]}{\ } = [T]$

$[I] \quad [U] \quad [I]$

τ est bien homogène à un temps.

La méthode de la tangente est peu précise.

Pour t =τ alors $u_C(\tau) = 0{,}63.E$ soit $u_C(\tau) = 0{,}63\times5{,}0 = 3{,}15$ V, à l'écran environ 1,6 div.

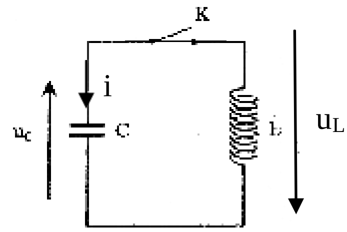
D'autre part, pour t = 5 τ, on peut considérer que la tension aux bornes du condensateur est égale à celle aux bornes du générateur.

5τ représentées par 5 div, donc τ correspond à une division.

τ = 0,5 ms

B – Étude de l'association d'un condensateur et d'une bobine

B.1) D'après la loi d'additivité des tensions, on a : $u_C + u_L = 0$



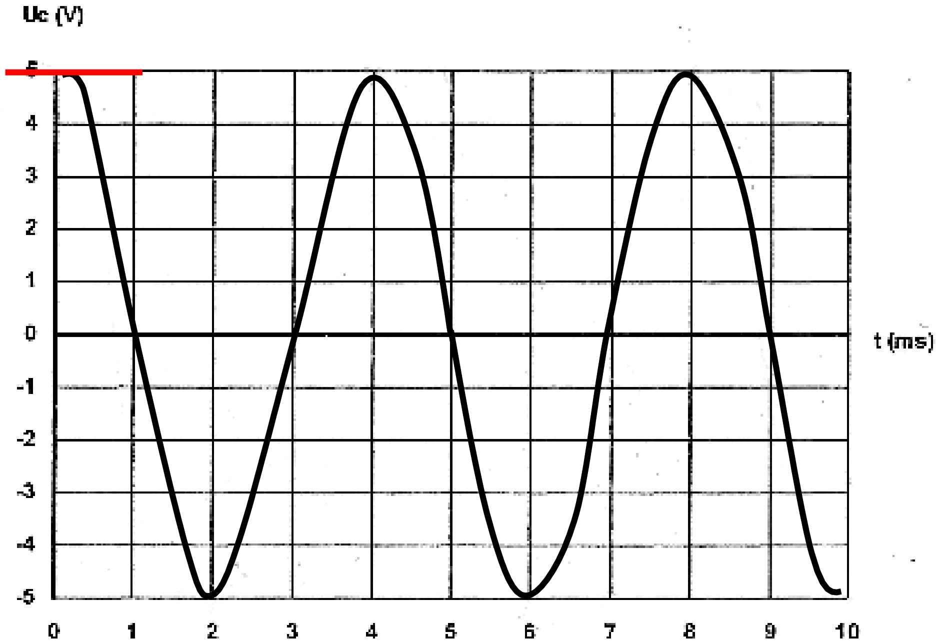
$$u_C + L\frac{di}{dt} = 0$$

$$\text{Or } i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_C}{dt}$$

$$u_C + L.C.\frac{d^2u_C}{dt^2} = 0$$

Soit l'équation différentielle : $\dfrac{d^2u_C}{dt^2} + \dfrac{1}{LC}u_C = 0$

Les oscillations sont sinusoïdales et non amorties (résistance totale du circuit négligeable)



$T'_0 = 2\pi\sqrt{LC'} = 2\pi\sqrt{4LC} = 2\times 2\pi\sqrt{LC} .= 2\times T_0$

Énergie emmagasinée dans le condensateur : $E_c = ½\ C\times u_C^2$
Énergie emmagasinée dans la bobine : $E_L = ½\ L\times i^2$

À la date t = 0s, le condensateur est chargé, donc i = 0, l'énergie emmagasinée dans la bobine est nulle.
OU $i = \dfrac{dq}{dt} = C\dfrac{du_C}{dt}$, et $\dfrac{du_C}{dt}$ est égale au coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de $u_C = f(t)$. Or à t = 0 s, cette tangente est horizontale (voir schéma ci-dessus:—).

La tension aux bornes du condensateur s'annule au bout d'une durée égale à $T_0/4 = 1$ ms, ce qui correspond à une énergie emmagasinée dans le condensateur nulle.

La résistance totale du circuit n'étant pas négligeable, il y a **dissipation d'énergie** sous forme de chaleur en raison de l'**effet Joule**.
C'est le **régime pseudo-périodique**. On observe un amortissement des oscillations électriques, l'amplitude de la tension aux bornes du condensateur (et aux bornes de la bobine) diminue au cours du temps.

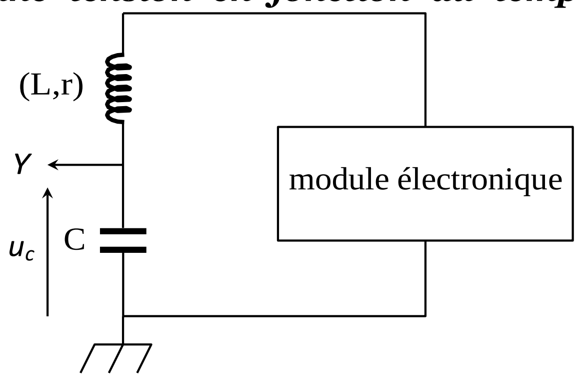
Les oscillations libres d'un circuit (R,L,C) : Exercices

Exercice 1 : QCM

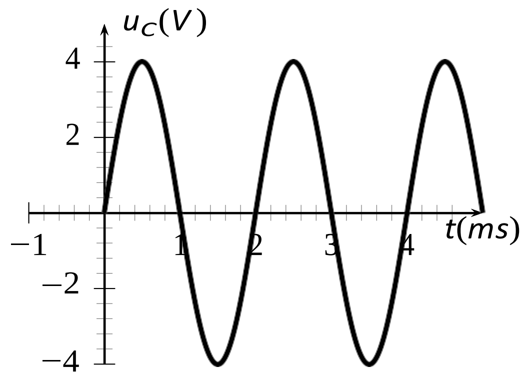
1. Adam affirme pouvoir réaliser un oscillateur à l'aide de tout condensateur de capacité C et de toute bobine d'inductance L , telle que la période de cet oscillateur soit $T_0 = \pi.L^2C$. est-ce possible ?
   (a) oui (b) non
2. Quand on diminue la valeur de la résistance dans un oscillateur électrique (L,C) , on diminue son temps d'amortissement .
   (a) vrai (b) faux
3. Si on augmente la capacité d'un condensateur dans un oscillateur électrique (L,C) , on augmente la période propre de l'oscillateur .
   (a) vrai (b) faux
4. Si dans un oscillateur électrique (L,C) , on multiplie par deux la capacité du condensateur et par deux l'inductance de la bobine , on multiplie la valeur de la période propre par :
   (a) un (b) deux (c) quatre (d) seize

Exercice 2 : établir l'expression d'une tension en fonction du temps

On se propose de réaliser l'acquisition de la tension u_c aux bornes du condensateur d'un dipôle (L,C) relié à un module électronique permettant d'éviter l'amortissement des oscillations (Voir schéma ci-contre) .



Un élève réalise l'acquisition suivante :



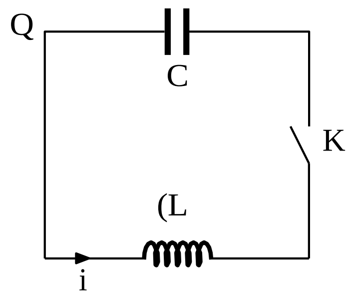
1. Déterminé graphiquement :
a. La période T_0 de cette tension ;
b. L'amplitude U_m de cette tension .
2. Quelle est la valeur de la tension u_c à la date $t = 0$
3. L'expression de la tension u_c en fonction du temps est :

$$u_c = U_m sin\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi_0\right)$$

a. En utilisant les valeurs numériques déterminées précédemment , calculer φ_0 . b. Écrire l'expression de la tension u_c .

Exercice 3 : établir l'expression de la charge d'un condensateur en fonction du temps

On réalise le circuit de la figure ci-contre . La capacité du condensateur est égale à $C = 10\mu F$. Le condensateur a initialement chargé de charge négative $-Q_0$. La résistance de la bobine est négligeable et son inductance vaut L=100 mH. À l'instant t=0, on ferme linterrupteur K , le condensateur se décharge dans la bobine



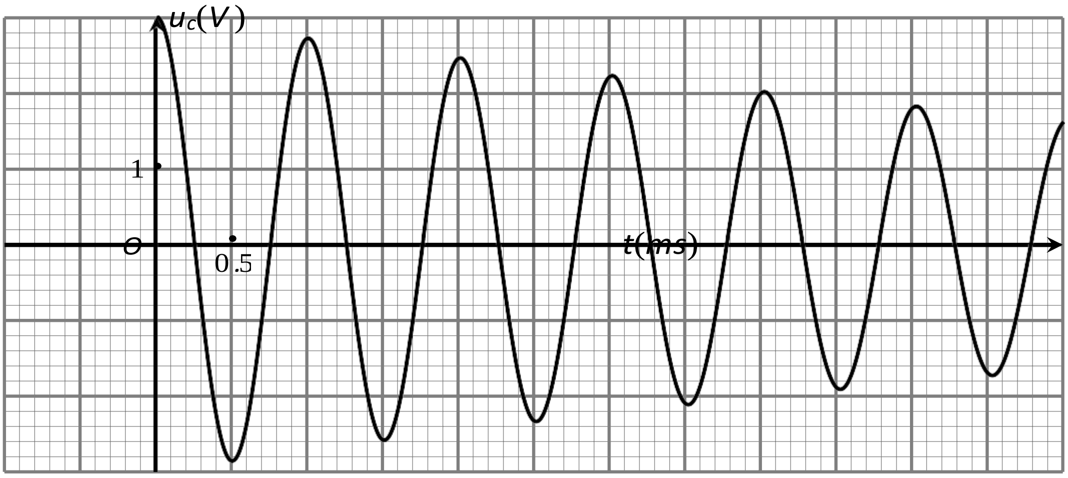
1. Lorsqu'on ferme l'interrupteur K , Quel phénomène se produit dans le circuit ? Établir l'équation différentielle liant la charge Q porté par l'armature de gauche du condensateur à sa dérivé seconde par rapport au temps .
2. La solution de l'équation différentielle s'écrit :

$$q(t) = Q_m cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi_0\right)$$

   Déterminer l'expression littérale de la période T_0 du circuit , et calculer sa valeur numérique .
3. En utilisant les conditions initiales , déterminer les constantes Q_m et φ_0

Exercice 4 : Étude des oscillations entretenues

On dispose d'un circuit (R,L,C) série . Le condensateur a une capacité $C = 0,25\mu F$, initialement chargé par un générateur de f.e.m $E = 6V$ et de résistance interne négligeable et la bobine de résistance r et d'inductance L. À l'aide d'un oscilloscope , on visualise l'évolution de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur et on obtient le graphe suivant :



1. De quel régime d'oscillation s'agit-il ?
2. Comment explique-t-on l'amortissement des oscillations ?
3. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_c(t)$.
4. Mesurer la pseudopériodique T des oscillations .
5. On suppose que la résistance r de la bobine est nulle
   a. Écrire dans ce cas l'équation différentielle vérifiée par u_c

b. La solution de cette équation est de la forme :

$$u_c(t) = U_m cos\,(\alpha.t + \varphi_0)$$

Déterminer les expressions de α , φ_0 et U_m .

c. En déduire les expressions de q(t) la charge du condensateur et i(t) l'intensité du courant qui traverse le circuit .

d. Donner l'expression de la période propre T_0 de ces oscillations .

6. Calculer la valeur de l'inductance L de la bobine , sachant que la pseudopériodique est égale à la période propre .
7. Pour entretenir ces oscillation , on branche en série un générateur de tension tel que $u_g = R_0 i$ avec le circuit (R,L,C) . Pour quelle valeur de R_0 permet-elle d'obtenir des oscillations sinusoïdales ?

Exercice 5 : La solution de l'équation différentielle

On considère le circuit (L,C) série qui comprend les éléments suivants :
* un condensateur de capacité $C = 330\mu F$, initialement chargé sous une tension de $E = 6V$;
* une bobine de résistance négligeable et d'inductance L=7,2 mH où l'intensité initialement est nulle.

À l'instant t=0 le condensateur se décharge dans la bobine .

1. Faire un schéma du montage électrique en indiquant la tension u_c aux bornes du condensateur et u_L aux bornes de la bobine en convention récepteur .
2. Établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant $i(t)$ qui traverse le circuit .
3. On propose que la solution de cette équation différentielle est de la forme suivante :

$$i(t) = I_m\,cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi_0\right)$$

Avec I_m est une constante positif

(a) Que représente T_0 ?

(b) en considérant que i(t) est une solution de l'équation différentielle précédente ; déterminer l'expression de T_0en fonction de L et C et calculer sa valeur .

(c) Exprimer $u_c(t)$ en fonction de L , I_m, T_0 et t .

(d) En tenant compte des conditions initiales , écrire deux relations entre I_m et φ_0, en déduire la valeur de φ_0 et aussi l'expression littérale de I_m en fonction de E, L et C .

(e) Écrire les expressions de $i(t)$ et $u_c(t)$;

(f) Calculer les valeurs maximales I_m et U_m

(g) Représenter dans le même graphe la forme des courbes $i(t)$ et $u_c(t)$ sans tenir compte de l'échelle en indiquant la période T_0 ;

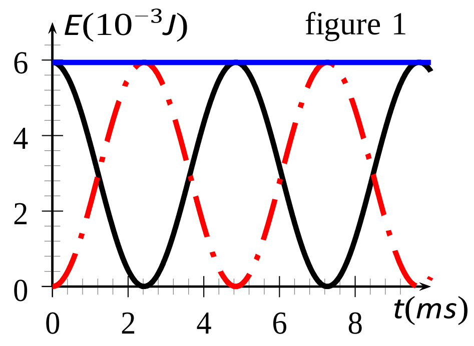
4. Étude énergétique

(a) Écrire l'expression de E_e l'énergie emmagasinée dans le condensateur , E_m l'énergie emmagasinée dans la bobine et E_T énergie globale du circuit en fonction de L, C, $i(t)$ et $u_c(t)$.

(b) En déduire les expressions littérales de E_e, E_m et E_T en fonction de L, C, T_0 et t . Que peut-on conclure pour E_T ? Calculer sa valeur en mJ

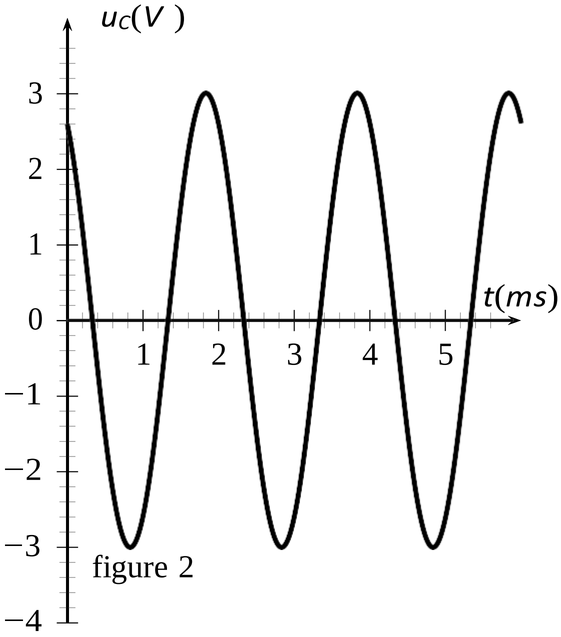
(c) Montrer que les deux fonction $E_e(t)$ et $E_m(t)$ leur période est $T = \frac{T_0}{2}$;

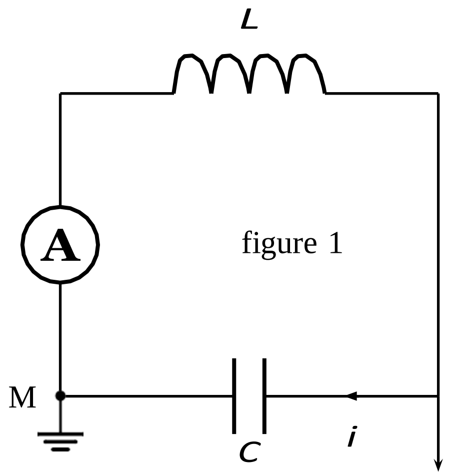
(d) On représente ci-dessous les courbes des énergies $E_e(t)$, $E_m(t)$ et E_T (t) . Attribuer à chaque courbe la forme d'énergie correspondante .



Exercice 6

Un condensateur de capacité C initialement chargé , est branché avec une bobine d'inductance L et de résistance négligeable et une ampèremètre (A) . À l'aide d'un oscilloscope , on visualise la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur et l'ampèremètre indique une intensité I .





1. Établir l'équation différentielle vérifiée par u_c .
2. En déduire l'expression de la tension $u_c(t)$ en fonction des paramètre du circuit .
3. Quelle est la grandeur qu'est indiquée par l'ampèremètre ? Donner son expression en fonction de Q_m et ω_0 , avec $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$
4. Une étude expérimentale nous permet de tracer la courbe qui représente la variation de l'énergie électrique E_e de l'oscillateur électrique en fonction de i^2 ;

a. Montrer que l'énergie globale E se conserve au cours du temps ;
b. Déterminer l'expression de l'énergie globale E en fonction de C et Qm ;
c. Donner un explication théorique de la forme de la courbe de la figure 3 et déterminer les valeurs de L , C et Q_m

d. Exprimer l'énergie électrique E_e en fonction de $u_c(t)$ et calculer sa valeur à l'instant $t = \frac{T_0}{2}$.
e. Représenter l'allure de la courbe qui représente la variation de E_m énergie magnétique en fonction de i^2 sur le même graphe de la figure 3 .
f. En déduire les valeurs de i lorsque $E_m = E_e$

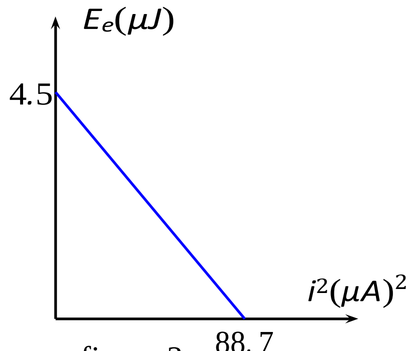
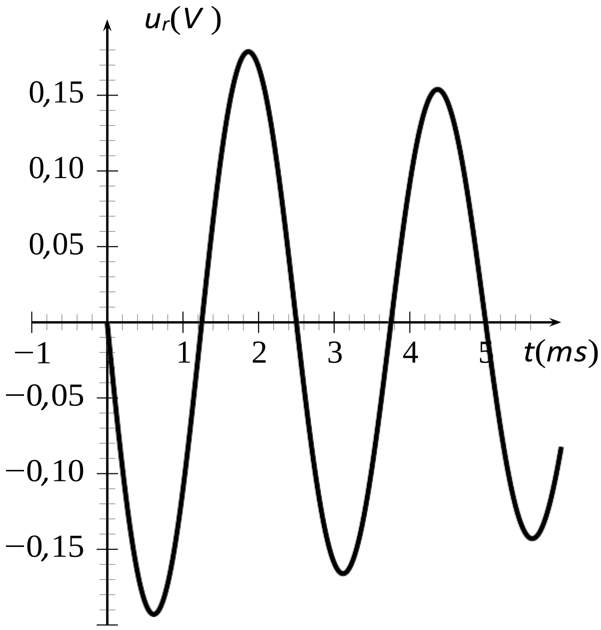


figure 3

Exercice 7

Un condensateur de capacité C initialement chargé sous une tension continue $U_0 = 12V$,on le branche à l'instant t=0 considéré comme origine des temps, aux bornes d'un dipôle comportant une bobine d'inductance L et de résistance $r' = 90\Omega$ et un conducteur ohmique de résistance $r = 30\Omega$. À l'aide d'un oscilloscope , on visualise la tension $u_r(t)$ aux bornes du conducteur ohmique .On obtient la courbe de figure 1 .

1. Indiquer la valeur de la pseudopériodique ;
2. Donner la relation qui existe entre i et u_r. Expliquer pourquoi la tension u_r est -elle négative au début de la décharge ?
3. Quelle est la valeur de l'intensité du courant à l'instant t=0 ? En déduire la valeur de la tension $u_L(0)$ à l'instant t=0 aux bornes de la bobine .
4. Exprimer u_L en fonction de L , r', i et $\frac{di}{dt}$.
5. En exloitant la courbe c-contre , déterminer la valeur de $\frac{di}{dt}$ à l'instant $t = 0$, en déduire la valeur de L
6. Déduire la valeur de C .



Exercice 8

Le condensateur et la bobine deux composantes électriques qui emmagasinent de l'énergie et ils l'échangent entre eux lorsqu'on les branchent dans un circuit électrique . Dans cet exercice , on se propose de faire une étude d'un circuit (L,C) idéal .

1. Un groupe d'élève a réaliser l'expérience suivante : Il charge totalement un condensateur de capacité C sous une tension continue U et on le branche avec une bobine (b) d'inductance L et de résistance négligeable . (figure 1)

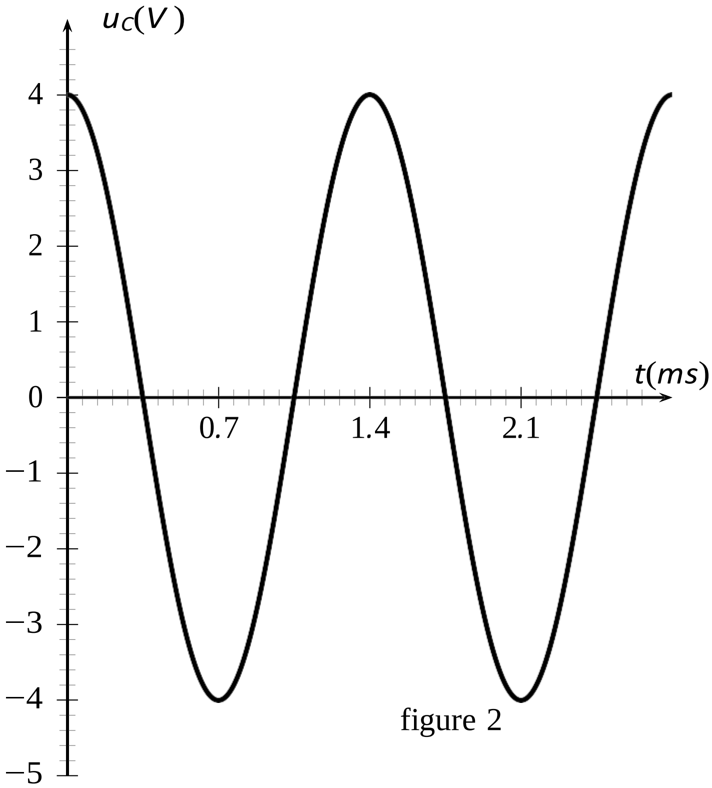


figure 2

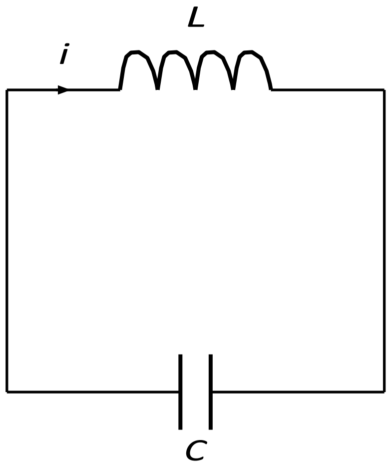


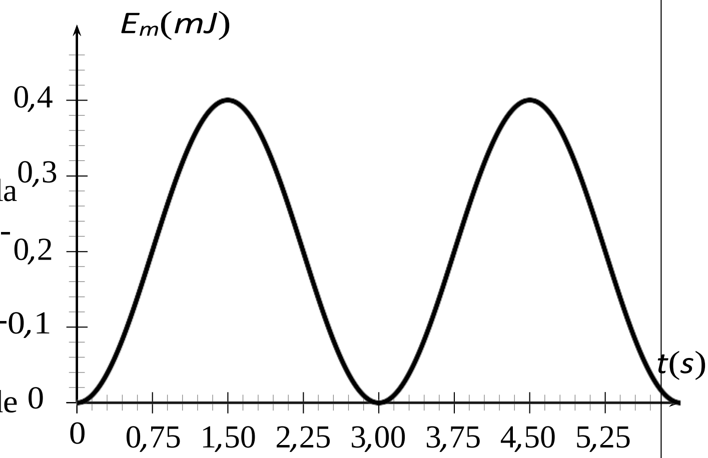
figure 1

2. Recopier sur votre feuille la figure 1 et représenter n en convention récepteur , la tension u_c aux bornes du condensateur et la tension u_b aux bornes de la bobine (b) .
3. Établir l'équation différentielle vérifiée par u_c ;
4. La courbe de la figure 2 représente la variation de la tension u_c en fonction du temps t , en exploitant cette courbe écrire l'expression numérique de la tension $u_c(t)$
5. la courbe de la figure 3 représente la variation de l'énergie magnétique E_m en fonction du temps .

1. Montrer que l'énergie magnétique E_m s'écrit de la forme suivante :

$$E_m(t) = \frac{1}{4}CU^2\left(1 - cos\left(\frac{4\pi}{T_0}.t\right)\right)$$

2. En déduire l'expression de $E_{m(max)}$ la valeur maximale de l'énergie magnétique en fonction de C et U .
3. À partir de la courbe $E_m = f(t)$, déterminer la capacité C du condensateur ;
4. Calculer la valeur de l'inductance L de la bobine .



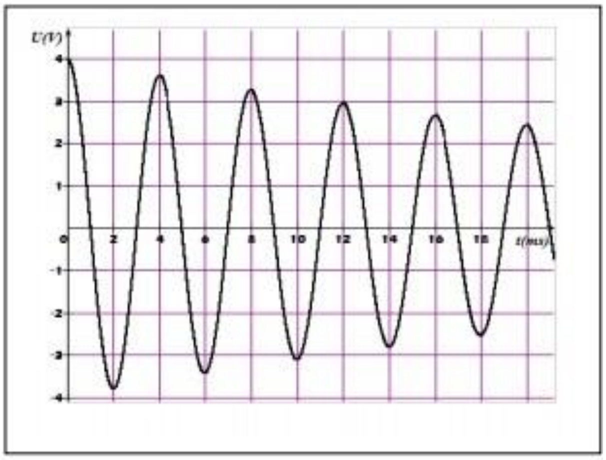
Exercices sur les oscillations libres dans le circuit RLC serie

2è bac SM sibm

Exercice n°1 :

On réalise un circuit RLC-série, comprenant un condensateur de capacité C initialement chargé, une bobine d'inductance L=0,2H et de résistance négligeable et un résistor de résistance R variable.

La tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur est visualisée à l'aide d'un capteur voltmètre relié à un ordinateur.



1) Pour $R=R_1=10\Omega$, on obtient la courbe ci-contre.

a– Déterminer la pseudopériode des oscillations.

b– Calculer la valeur de la capacité C en admettant que la pseudopériode est égale à la période propre T_0 du cicuit.

2) a– Etablir l'équation différentielle qui régit l'évolution de la tension $u_C(t)$.

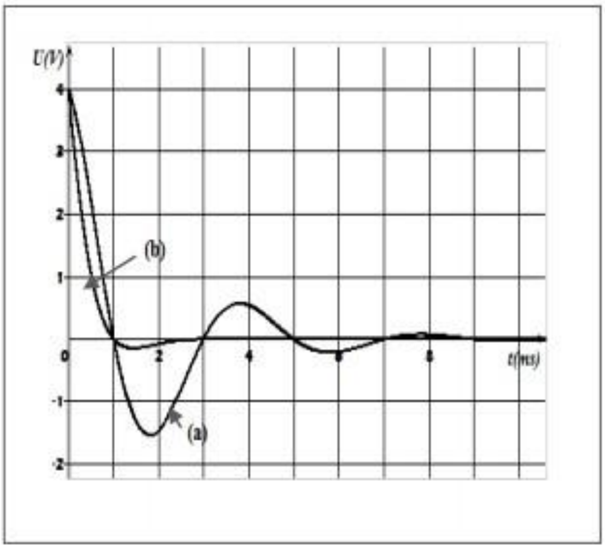
b– Montrer que l'énergie totale de l'oscillateur n'est pas conservée.

3) On demande de déterminer la valeur de:

a– l'énergie totale E_0 à l'instant t_0=0ms.

b– l'énergie totale E_1 à l'instant t_1=12ms.

c– l'énergie W transformée en chaleur dans le circuit entre les instants t_0 et t_1.



4) Pour deux valeurs différentes R_2 et R_3 de R, telle que $R_2>R_3$, on obtient les courbes (a) et (b).

Attribuer à chaque courbe à la résistance correspondante et nommer le régime des oscillations dans chaque cas.

Exercice n°2

Le circuit électrique schématisé sur la figure 1, comporte deux interrupteurs K_1 et K_2, un générateur idéal de tension continue de fem E, un condensateur de capacité C et d'armatures A et B, une bobine d'inductance L et de résistance négligeable.

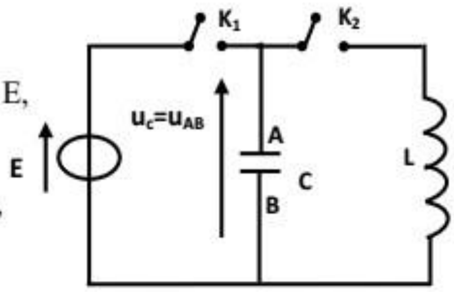


Figure-1

1/ L'interrupteur K_2 étant ouvert, on ferme K_1. Après une brève durée, l'armature A porte une charge maximale Q_0 et le condensateur emmagasine une énergie électrostatique W0.

a- Exprimer Q_0 en fonction de E et C.

b- Exprimer W_0 en fonction de Q_0 et C.

2/ Le condensateur étant chargé; à l'instant t = 0 on ouvre K_1 et on ferme K_2. A un instant t quelconque, l'armature A du condensateur porte une charge électrique q.

a- Exprimer l'énergie électromagnétique W en fonction de L, C, q et l'intensité du courant i.

b- Montrer, sans faire aucun calcul que cette énergie se conserve et qu'elle est égale à W_0.

c- Déduire l'équation différentielle des oscillations électriques de la charge q.

d- Déterminer l'expression de la période propre T_0 en fonction de L et C.

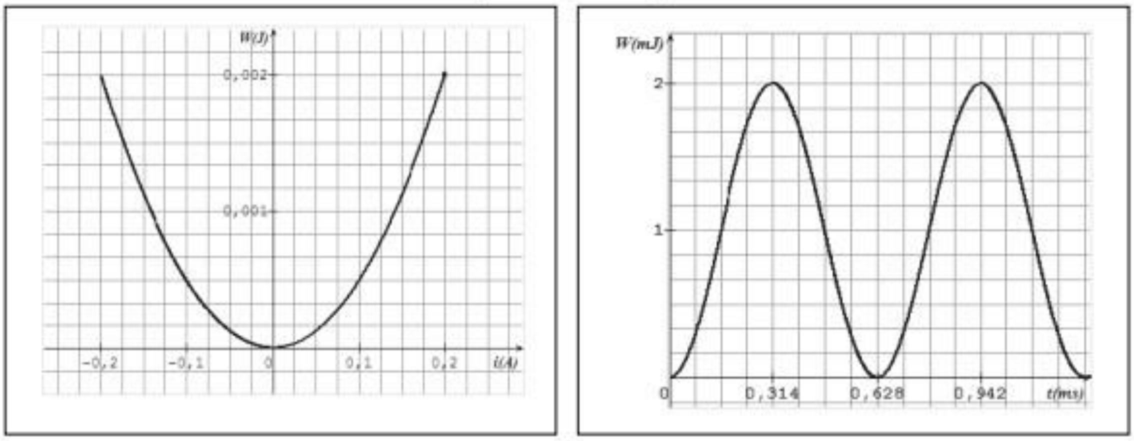
e- Déterminer la valeur de φ_q, sachant que l'expression de la charge s'écrit : $q(t) = Q_0 \sin(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi_q)$.

3/ Montrer que l'expression de l'énergie magnétique de la bobine W_L en fonction du temps s'écrit :

$W_L = \frac{W_0}{2}[1 + \cos(\frac{4\pi}{T_0}t + \pi)]$.

4/ Une étude expérimentale a permis de tracer sur la figure 2 les courbes, traduisant les variations de l'énergie magnétique W_L en fonction de i et en fonction du temps.
Déterminer, en exploitant ces courbes :
a- les valeurs de L et de W_0.
b- La valeur de T_0.
5/ Déterminer alors C, Q_0 et E.

Figure 2



Exercice n°3 :

On réalise le montage de la figure 3 qui comporte :

- un générateur idéal de tension continue E=5V,
- un condensateur de capacité C,
- un résistor de résistance R=250Ω,
- une bobine d'inductance L et de résistance nulle,
- un commutateur K.

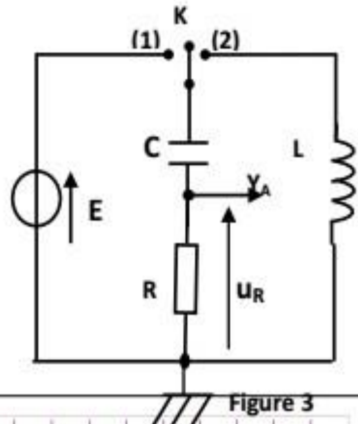


Figure 3

I/ À un instant pris comme origine du temps (t=0), on ferme le commutateur K à la position 1 et on enregistre, sur la voie Y_A d'un oscilloscope à mémoire, l'évolution de la tension aux bornes du résistor u_R en fonction du temps, on obtient la courbe de la figure 4.

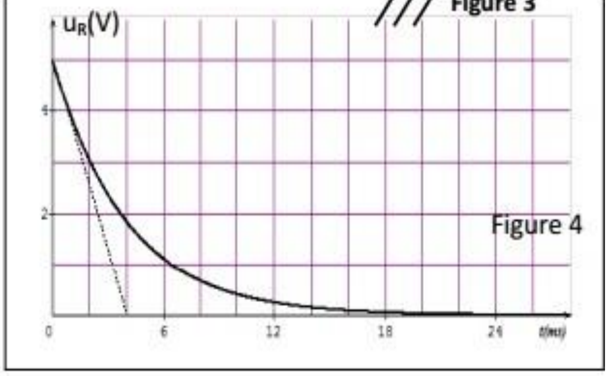


Figure 4

1/ a. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension u_R et la mettre sous la forme :

$$\frac{du_R}{dt} + \frac{1}{\tau}u_R = 0 \quad \text{avec } \tau = RC.$$

b. Vérifier que $u_R(t) = Ee^{-t/\tau}$ est une solution de l'équation différentielle.

2/ Déterminer la valeur de τ et vérifier que C=16µF.

II/ Le condensateur étant complètement chargé, on bascule le commutateur K à la position 2 et on enregistre l'évolution de la tension aux bornes du résistor u_R en fonction du temps, on obtient la courbe de la figure 5. L'instant de basculement du commutateur est pris comme origine des dates (t=0).

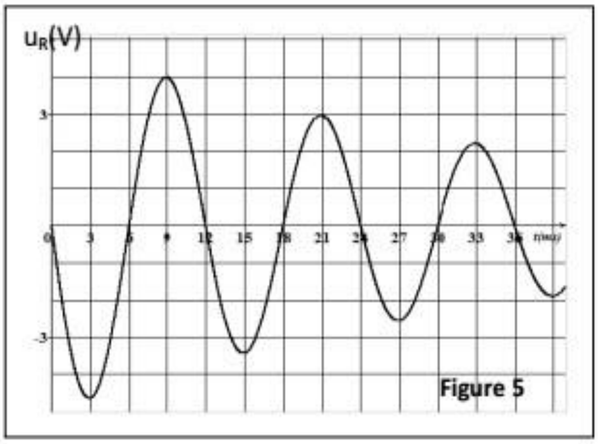


Figure 5

1/ a- Nommer le régime des oscillations observées.
b- Déterminer la valeur de période T des oscillations.
c- En déduire la valeur de l'inductance L en admettant que T est égale à la période propre T_0.

2/ a. Calculer la valeur de l'énergie électrique initiale emmagasinée dans le condensateur Ee_0 et en déduire la valeur de l'énergie totale E_0 à t=0.

b. Déterminer la valeur de l'énergie totale E_1 à l'instant t=3ms.

c. Calculer la variation de l'énergie totale ΔE entre les instants t=0 et t=3ms et préciser la cause de cette variation.

Exercice n°5 :

On réalise le montage de la figure 1 qui comporte :

- un générateur idéal de tension continu E=5V,
- un condensateur initialement déchargé de capacité C,
- deux résistors de résistances R_1=50KΩ et R_2=100Ω,
- une bobine d'inductance L et de résistance nulle,
- un commutateur K.

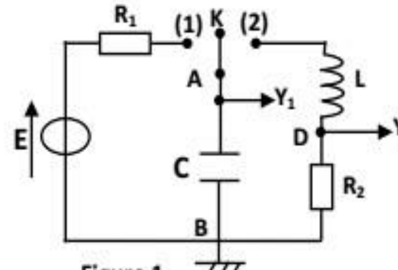


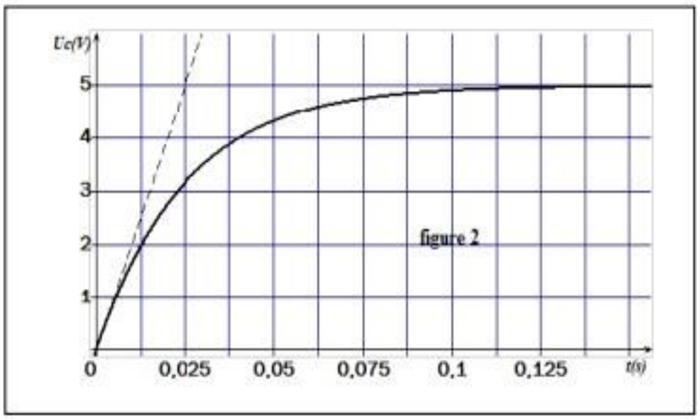
Figure 1

I- A un instant pris comme origine du temps, on bascule le commutateur K à la position 1 et on suit l'évolution au cours du temps de la tension $u_C=u_{AB}$.

1- a- Préciser le phénomène qui se produit au niveau du condensateur.

b- Etablir l'équation différentielle qui régit l'évolution de la tension u_C au cours du temps.

c- Vérifier que $u_C(t)=E(1-e^{-t/R_1C})$ est une solution de l'équation différentielle précédente.

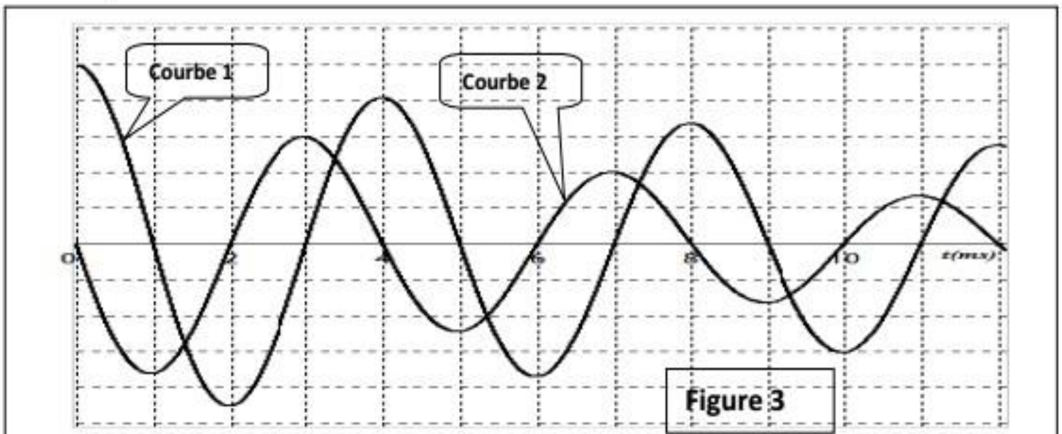


4- Le graphe de la figure 2 est obtenu sur la voie Y_1 de l'oscilloscope.

a- Déterminer la constante de temps τ du dipôle R_1C et en déduire la valeur de C.

b- Calculer la valeur de u_C à t_1=50ms. Préciser si le condensateur est complètement chargé à l'instant t_1.

II- Le condensateur étant complètement chargé, on bascule le commutateur K à la position 2. Les oscillogrammes de la figure 3 représentent les oscillogrammes visualisés simultanément sur les deux voies Y_1 et Y_2 de l'oscilloscope.



Sensibilités verticales : voie Y_1 :1V.div^{-1} et voie Y_2 : 0,1V.div^{-1}

1- Identifier, en justifiant, les courbes (1) et (2).

2- a- Montrer que le circuit R_2LC est le siège d'oscillations libres amorties de pseudopériode T que l'on déterminera.

b- Déterminer la valeur de l'inductance L de la bobine sachant que la pseudopériode T est pratiquement égale à la période propre T_0 du circuit R_2LC et que la capacité C vaut 0,5µF.

On prendra pour ce calcul : $\pi^2 = 10$.

3- a- Calculer la valeur de l'énergie totale du circuit R_2LC aux instant $t_0=0$, $t_1=3ms$ et $t_2=7ms$.

b- En déduire si le circuit R_2LC est conservatif ou bien non conservatif.

c- Calculer l'énergie dissipée par effet joule dans le circuit R_2LC pendant la durée $\Delta t=t_2 - t_1$.

Exercice n°6 :

Le circuit de la figure -1 comporte un générateur de tension constante E=3V, un condensateur de capacité $C=4.10^{-6}F$, une bobine d'inductance L et de résistance interne négligeable et un commutateur K.

D'abord, on place le commutateur K à la position 1 quelques instants et lorsque le condensateur est complètement chargé, on bascule le commutateur K à la position 2.

A l'aide d'un oscilloscope à mémoire (sur la voie Y_A), on enregistre la courbe donnant l'évolution de la tension u_c aux bornes du condensateur en fonction du temps, on obtient la courbe de la figure 2.

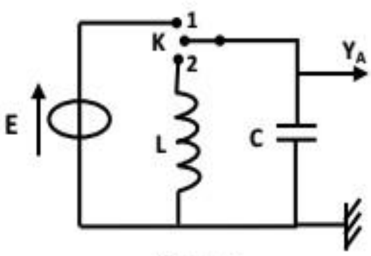


Figure-1

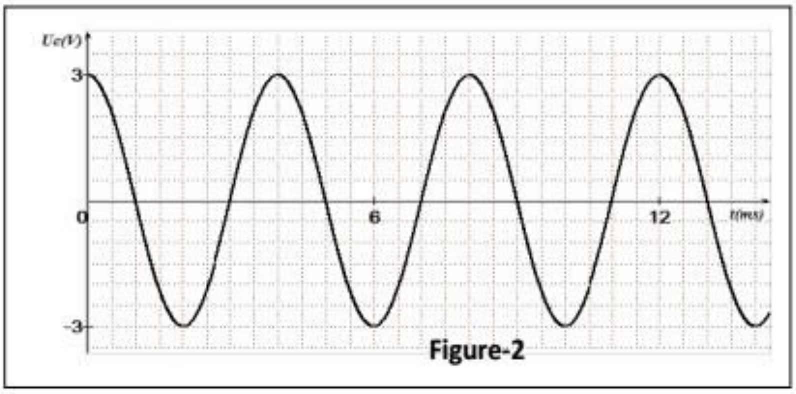


Figure-2

1/ a- En justifiant, choisir la qualification qui convient aux oscillations de la figure - 2 : libres amorties, libres non amorties.

b- Déterminer la valeur de la période propre T_0 de ces oscillations.

c- Calculer la valeur de l'inductance L de la bobine.

2/ a- Sachant que $u_c(t)=U_m\sin(\omega_0 t + \varphi)$. Déterminer les valeurs de U_m, ω_0 et φ.

b- En déduire l'expression de l'intensité du courant i(t) en fonction de C, U_m, ω_0 et φ.

3/ Sachant que l'énergie électrique $E_e=\frac{1}{2}Cu_c^2$ et l'énergie magnétique $E_m=\frac{1}{2}Li^2$.

a- Montrer que :

a_1- l'énergie électrique s'écrit : $E_e = \frac{1}{4}CU_m^2[1 - \cos(2\omega_0 t + 2\varphi)]$

a_2- l'énergie magnétique s'écrit : $E_m = \frac{1}{4}CU_m^2[1 + \cos(2\omega_0 t + 2\varphi)]$

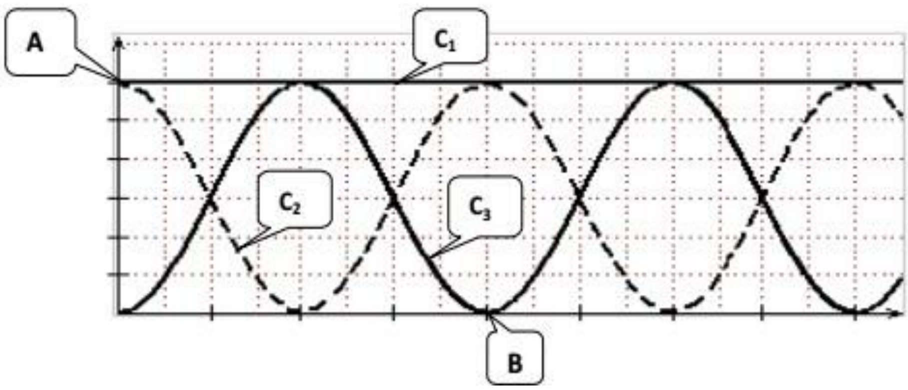
b- En déduire que l'énergie totale de cet oscillateur $\{E = E_e + E_m\}$ est constante au cours du temps et calculer sa valeur.

c- Les courbes (C_1), (C_2) et (C_3) de la figure -3 représente les énergies : électrique, magnétique et totale.

c_1- Associer à chaque courbe l'énergie correspondante. Justifier.

c_2- Déterminer les valeurs des grandeurs A et B en précisant leurs unités.

Figure-3



Matière : Physique Chimie
Niveau : Bac Sc. Math

Les oscillations libres dans le circuit RLC

Direction : Kelaa des sraghna
Année scolaire : 2017/2018
Prof : REDOUANE ABDENAIM

Exercice N°1 :

I-Etude du dipôle RC et du circuit LC idéal

On réalise le circuit électrique schématisé sur la figure 1. Ce circuit comporte :

- Un générateur de f.e.m. E et de résistance interne négligeable ;
- Une bobine (b) d'inductance L_0 et de résistance négligeable ;
- Deux conducteurs ohmiques de résistance r et $R = 20\Omega$;
- Un condensateur de capacité C réglable, initialement déchargé ;
- Un interrupteur K.

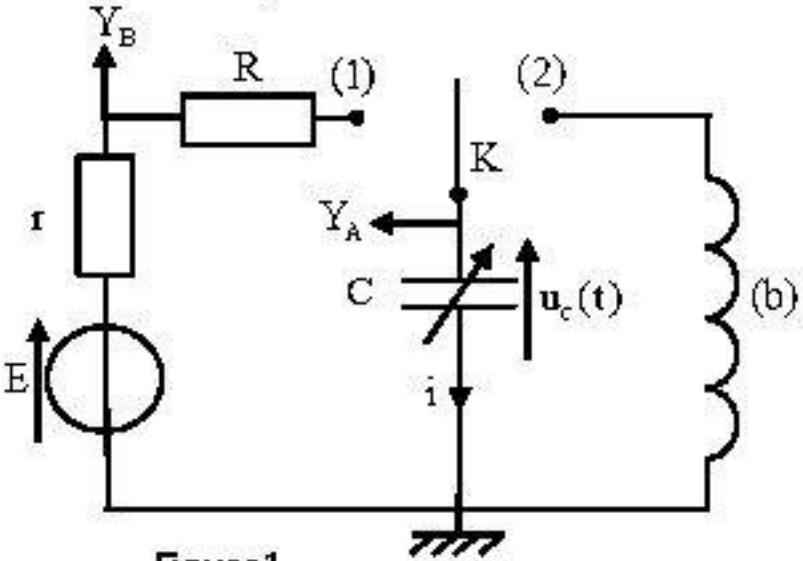


Figure1

1- Etude du dipôle RC

On fixe la capacité du condensateur sur la valeur C_0. A un instant de date $t = 0$, on place l'interrupteur K en position (1). Un système d'acquisition informatisé permet de tracer les courbes $(\Gamma 1)$ et $(\Gamma 2)$ de la figure 2 représentant les tensions obtenues en utilisant les voies Y_A et Y_B (fig.1). La droite (T) représente la tangente à la courbe $(\Gamma 1)$ à t=0.

1-1-Identifier parmi les courbes $(\Gamma 1)$ et $(\Gamma 2)$ celle qui représente la tension $u_C(t)$.

1-2- Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$.

1-3- Montrer que l'expression de l'intensité du courant juste après avoir placé l'interrupteur en position (1) est $i_0 = \dfrac{E}{R+r}$.

1-4- A l'aide des deux courbes :

1-4-1- Déterminer la valeur de r

1-4-2- Montrer que $C_0 = 5\mu F$.

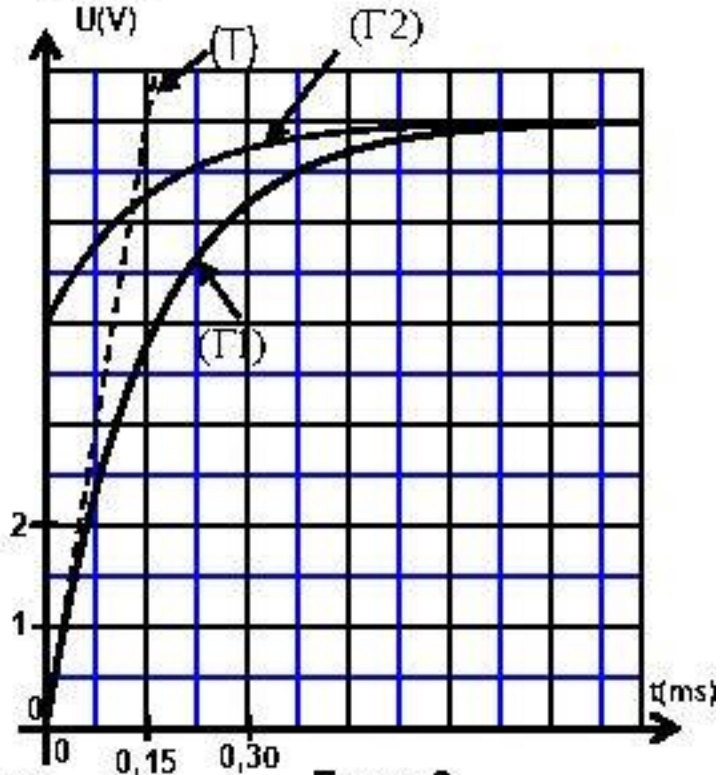


Figure 2

2-Etude du circuit LC idéal

Une fois le régime permanent établi, on bascule l'interrupteur K en position (2) à un instant que l'on choisira comme nouvelle origine des dates $(t = 0)$. On obtient ainsi un circuit LC.

2-1 -Etablir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant $i(t)$.

2-2- La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme $i(t) = I_m \cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$; T_0 représente la période propre de l'oscillateur et φ la phase à t=0 et I_m l'intensité maximale du courant électrique

Déterminer la valeur de φ.

2-3- Etablir, à partir de l'expression de la puissance électrique, l'expression de l'énergie $E_e(t)$ emmagasinée dans le condensateur en fonction de la charge $q(t)$ et de la capacité C du condensateur.

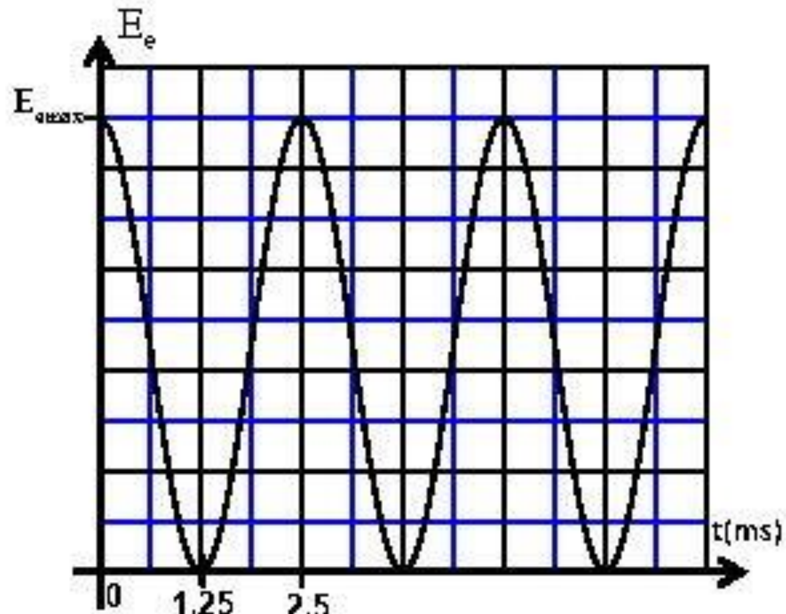


Figure3

2-4-La courbe représentée sur la figure 3 donne l'évolution de l'énergie électrique $E_e(t)$ emmagasinée dans le condensateur en fonction du temps.

2-4-1-Calculer l'énergie électrique maximale E_{emax}.

2-4-2- A l'aide d'une étude énergétique, trouver la valeur de I_m.

Exercice N°2 :

Le condensateur, le conducteur ohmique et la bobine sont des dipôles utilisés dans les circuits de divers appareils électriques tels les amplificateurs , les postes radio et téléviseurs …

Cet exercice a pour objectif l'étude :

- de la réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension ;
- de la décharge d'un condensateur dans un dipôle RL ;
- des oscillations forcées dans un circuit RLC série.

1-Réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension

On réalise le montage électrique représenté sur la figure 1, qui contient :

- un générateur de tension de force électromotrice E et de résistance interne négligeable ;
- deux conducteurs ohmiques de résistance $R_0 = 45\Omega$ et r ;
- une bobine (b) d'inductance L_0 et de résistance r_0 ;
- un interrupteur K .

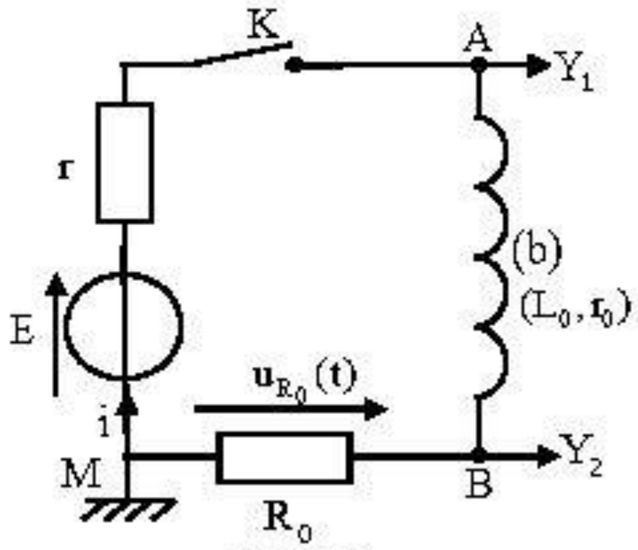


Figure 1

On ferme l'interrupteur K à un instant choisi comme origine des dates $(t=0)$. Un système de saisie informatique approprié permet de tracer la courbe $(C1)$ représentant la tension $u_{AM}(t)$ et la courbe $(C2)$ représentant la tension $u_{BM}(t)$ (figure 2).

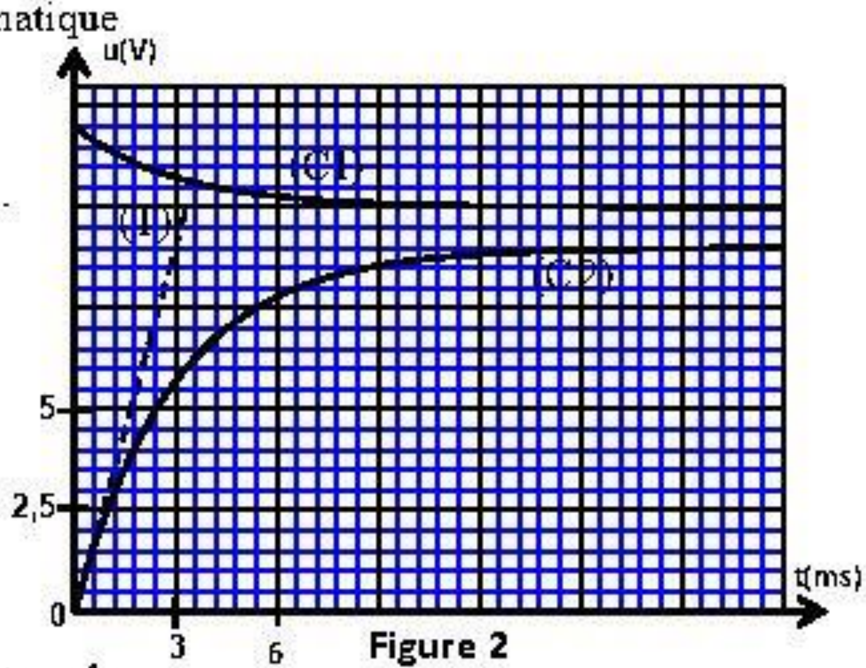


Figure 2

1-1-Etablir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité $i(t)$ du courant .

1-2-Trouver la valeur de E .

1-3- Déterminer la valeur de r et montrer que $r_0 = 5\Omega$.

1-4- La droite (T) représente la tangente à la courbe $(C2)$ à l'instant de date $t = 0$ (figure 2).

Vérifier que $L_0 = 0{,}18\,H$.

2-Décharge d'un condensateur dans le dipôle RL

On monte en série à un instant de date $t = 0$ un condensateur de capacité $C = 14{,}1\mu F$, totalement chargé, avec la bobine précédente (b) et un conducteur ohmique de résistance $R = 20\Omega$ (figure 3).

Un système de saisie informatique approprié permet de tracer la courbe représentant la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur et la courbe représentant la tension $u_R(t)$ aux bornes du conducteur ohmique

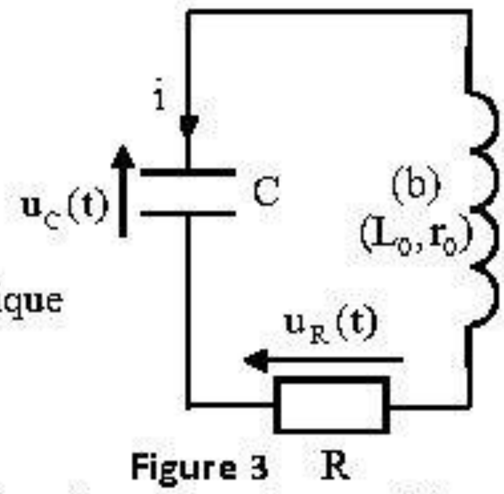


Figure 3

2-1-Quel est parmi les trois régimes d'oscillations, celui qui correspond aux courbes obtenues sur la figure 4 ?

2-2-Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$.

2-3-Trouver l'énergie $|E_j|$ dissipée par effet joule dans le circuit entre les deux instants $t_1 = 0$ et $t_2 = 14\,ms$.

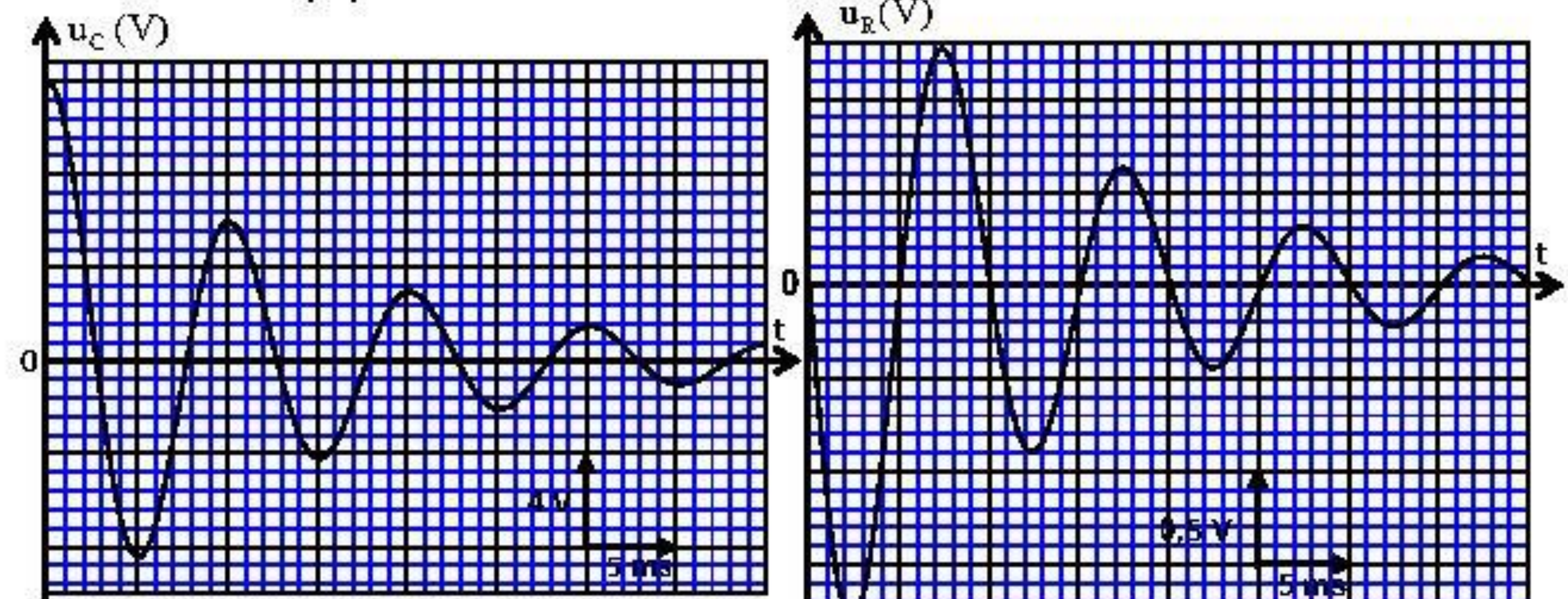


Figure 4

Exercice N°3 :

On peut obtenir des oscillations électriques libres non amorties en associant en série un condensateur et une bobine d'inductance L et de résistance r à condition d'ajouter au circuit un générateur de résistance négative qui compense instantanément l'énergie perdue par effet joule .
L'objectif de cet exercice est d'étudier le régime transitoire qui règne dans le circuit entre l'instant de fermeture de l'interrupteur et le début du régime permanent pour la bobine ou pour le condensateur , cet exercice aborde aussi l'échange d'énergie entre la bobine et le condensateur lors des oscillations électriques .

1- Etude du régime transitoire dans une bobine

On réalise le montage expérimental représenté dans la figure (1) pour étudier l'établissement du courant électrique dans un dipôle (AB) , constitué d'un conducteur ohmique de résistance R et d'une bobine d'inductance L et de résistance r.
Un générateur électrique idéal applique une tension constante $E = 6V$ aux bornes du dipôle (AB) .

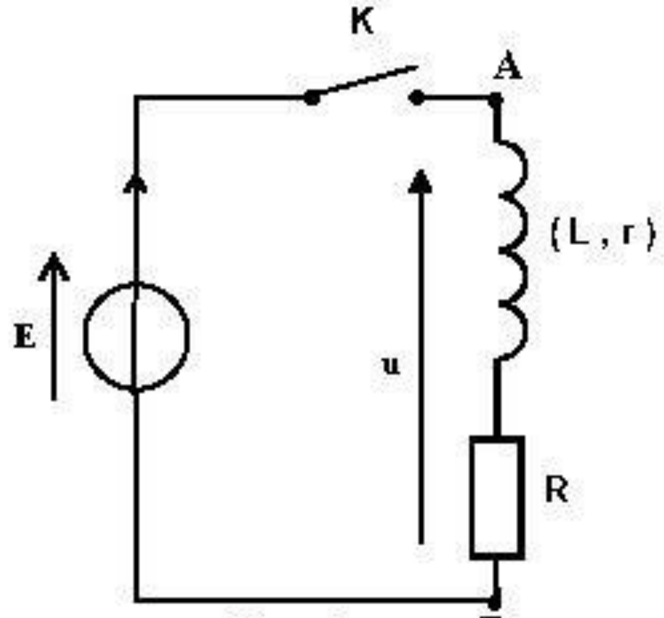


Figure1

1.1- On règle la résistance R sur la valeur $R = 50\Omega$.
On ferme l'interrupteur à l'instant $t = 0$.
On enregistre à l'aide d'un dispositif approprié l'évolution de l'intensité i du courant en fonction du temps , on obtient la courbe représentée sur la figure (2) .
Le coefficient directeur de la tangente (T) à la courbe $i = f(t)$ à $t = 0$ est $a = 100 A.s^{-1}$.
La tension u aux bornes du dipôle (AB) s'exprime par la relation $u = (R + r)\cdot i + L\cdot\frac{di}{dt}$.

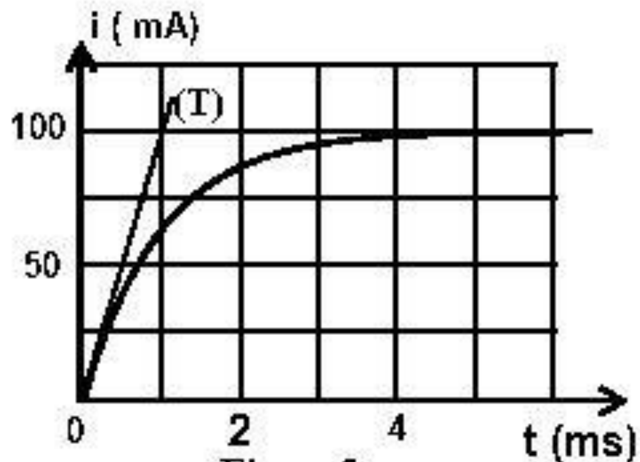


Figure2

a- Est-ce que la grandeur $L\cdot\frac{di}{dt}$ augmente ou diminue au cours du régime transitoire ? justifier la réponse .

b- Exprimer $\frac{di}{dt}$ en fonction de E et L à l'instant $t = 0$.
Trouver la valeur de L.

c- Calculer la valeur de $\frac{di}{dt}$ pour $t > 5$ ms et en déduire la valeur de r .

1.2- On utilise le même montage expérimental de la figure (1) et on fait varier dans chaque cas la valeur de l'inductance L de la bobine et celle de la résistance R du conducteur ohmique comme l'indique le tableau ci -contre .

cas	L(H)	R(Ω)	r(Ω)
1er cas	$L_1=6,0.10^{-2}$	$R_1=50$	10
2eme cas	$L_2=1,2.10^{-1}$	$R_2=50$	10
3eme cas	$L_3=4,0.10^{-2}$	$R_3=30$	10

La figure (3) donne les courbes (a) , (b) et (c) obtenues dans chaque cas.

a- Préciser , en justifiant votre réponse , la courbe correspondante au 1er cas et la courbe correspondante au 2ème cas .

b- On règle la résistance R_2 sur la valeur R'_2 pour que la constante de temps τ soit la même dans le 2ème cas et le 3ème cas.
Exprimer R'_2 en fonction de L_2 , L_3 , R_3 et r .
Calculer R'_2 .

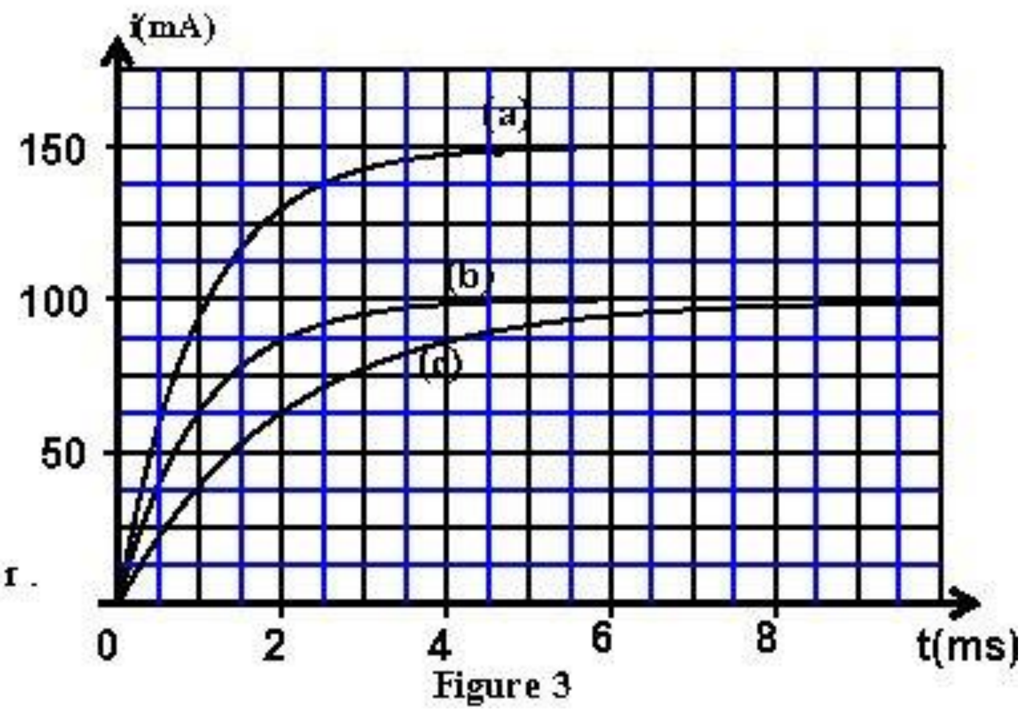


Figure 3

2- Etude du régime transitoire dans le condensateur

On remplace dans le montage représenté sur la figure (1) la bobine par un condensateur de capacité $C = 20\mu F$ initialement non chargé , et on règle la résistance du conducteur ohmique sur la valeur $R = 50\Omega$. On ferme l'interrupteur à $t = 0$, et on visualise à l'aide d'un dispositif approprié l'évolution de la tension $\mathbf{u_c}$ aux bornes du condensateur en fonction du temps .

2.1- Dessiner le schéma du montage expérimental en y indiquant le branchement de la masse et l'entrée du dispositif et la flèche représentant la tension $\mathbf{u_c}$ dans la convention récepteur .

2.2- Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension $\mathbf{u_c}$.

2.3- La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme : $\mathbf{u_c} = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B$ dont A et B et τ sont des constantes à déterminer .

Trouver en fonction des paramètres du circuit l'expression de chacune des constantes A,B et τ .

2.4- Déduire , en fonction du temps , l'expression littérale de l'intensité i du courant dans le circuit électrique au cours du régime transitoire .

2.5- Calculer l'intensité du courant à $t = 0$ juste après la fermeture de l'interrupteur .

3- Etude de l'échange d'énergie entre le condensateur et la bobine

On réalise le montage représenté dans la figure(4) qui est composée par :

- Une bobine d'inductance L et de résistance r .
- Un condensateur de capacité $C = 20\mu F$ chargé sous la tension $U_0 = 6{,}0V$.
- Un générateur G qui compense exactement l'énergie dissipée par effet Joule.

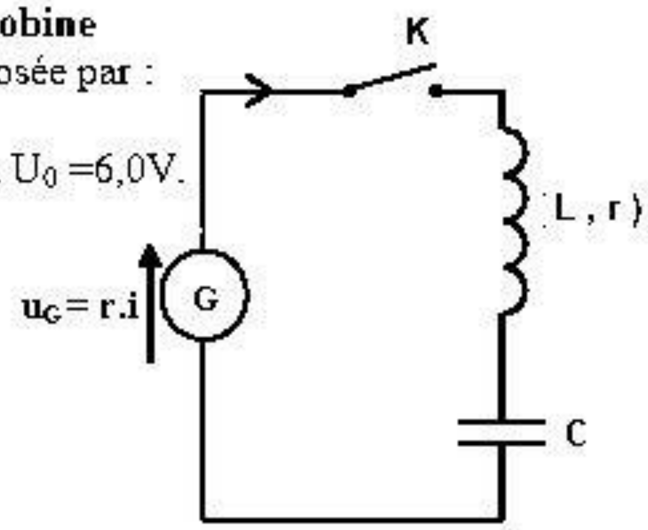


Figure4

Lorsqu'on ferme l'interrupteur K, il passe dans le circuit un courant d'intensité $i = I_m.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}\cdot t\right)$ dont T_0 est la période propre du circuit (LC) : $T_0 = 2\pi\sqrt{L.C}$.

3.1- Montrer que l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur à l'instant t peut s'écrire sous la forme : $E_e = \frac{1}{2}L.I_m^2.\sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}.t\right)$

3.2- Montrer que l'énergie totale E du circuit (LC) se conserve au cours des oscillations . Calculer sa valeur .

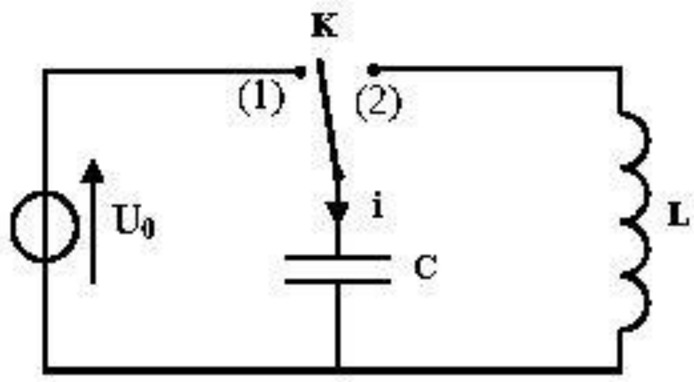
Exercice N°4 :

Le dipôle LC se comporte comme un oscillateur dans lequel s'effectue périodiquement un échange d'énergie entre le condensateur et la bobine ; mais ,en réalité ,l'énergie totale de ce dipôle ne reste pas constante au cours du temps à cause des pertes d'énergie par effet joule .
L'objectif de cet exercice est d'étudier l'échange énergétique entre le condensateur et la bobine ainsi que la réponse d'une bobine à un échelon de tension électrique .

1- Oscillations électriques dans le cas où la bobine a une résistance négligeable .

On considère le montage de la figure **1** qui comprend :
- Un générateur idéal de tension qui donne une tension U_0 ;
- Une bobine d'inductance L et de résistance négligeable ;
- Un condensateur de capacité $C=8,0.10^{-9}$ F ;
- Un interrupteur K .

On charge le condensateur sous la tension U_0 en plaçant l'interrupteur dans la position (1) .
Lorsque le condensateur est complètement chargé , on bascule l'interrupteur dans la position (2) à l'instant t=0 , il passe alors dans le circuit un courant d'intensité i .



1 الشكل

A l'aide d'un dispositif approprié , on visualise la courbe représentant les variations de l'intensité i en fonction du temps (figure2)et la courbe représentant les variations de l'énergie magnétique E_m emmagasinée dans la bobine en fonction du temps (figure3).

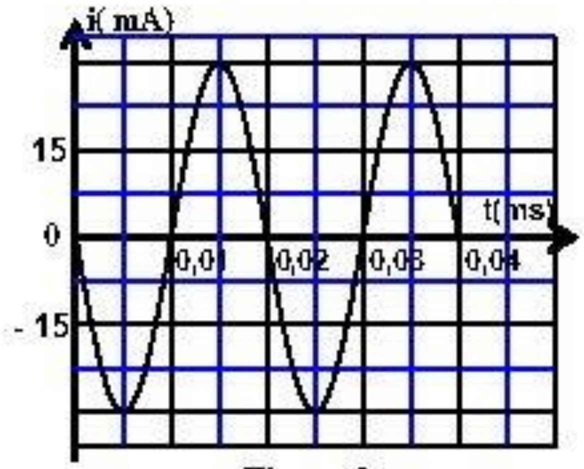


Figure 2

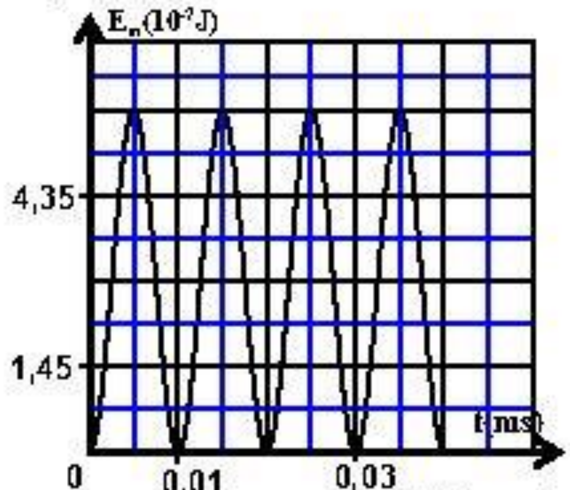


Figure 3

1.1- Trouver l'équation différentielle vérifiée par l'intensité i du courant.
1.2- A l'aide des figures (2) et (3) :
a- Déterminer la valeur de l'énergie totale E_T du circuit LC et en déduire la valeur de la tension U_0 .
b- Déterminer la valeur de L.

2- Réponse d'une bobine de résistance négligeable à un échelon de tension .

On monte la bobine précédente en série avec un conducteur ohmique de résistance R=100Ω .On applique entre les bornes du dipôle obtenu un échelon de tension de valeur ascendante E et de valeur descendante nulle et de période T. On visualise à l'aide d'un dispositif approprié l'évolution de la tension **u** entre les bornes du générateur, la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique et la tension u_L aux bornes de la bobine ; on obtient alors les courbes (1) , (2) et (3) représentées dans la figure 4 .

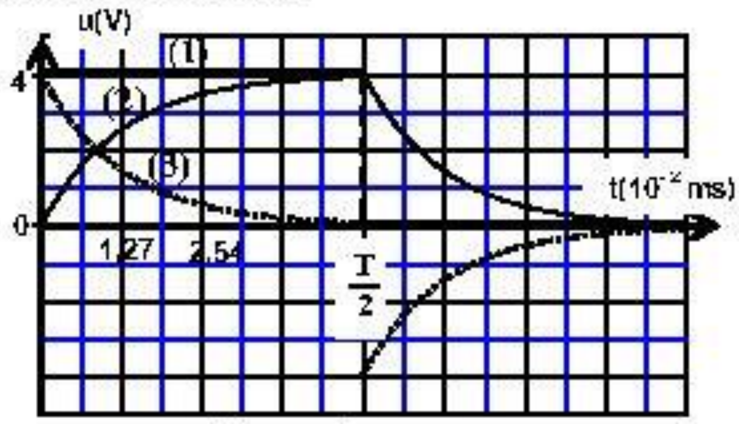


Figure 4

2.1- Etablir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant i(t) dans l'intervalle $0 \leq t < \frac{T}{2}$.

2.2- La solution de cette équation différentielle s'écrit sous la forme : $i(t) = I_p(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ avec I_p et τ des constantes .

a- Associer chacune des tensions u_L et u_R à la courbe correspondante dans la figure 4 .

b- A l'aide des courbes de la figure 4 ,trouver la valeur de I_p.

2.3- L'expression de l'intensité du courant s'écrit dans l'intervalle $\frac{T}{2} \leqslant t < T$ (sans changer l'origine du temps) sous la forme : $i(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec A et τ des constantes .

Montrer que l'expression de l'intensité du courant à l'instant $t_1 = \frac{3T}{4}$ s'écrit sous la forme $i(t_1) = I_p.e^{-2}$.

3- Les oscillations électriques dans le cas où la bobine a une résistance non négligeable .

On répète l'expérience en utilisant le montage représenté dans la figure 1 en remplaçant la bobine précédente par une autre bobine ayant la même inductance L , mais sa résistance r n'est pas négligeable . Après avoir chargé complètement le condensateur , on bascule l'interrupteur dans la position (2) .

La figure 5 représente l'évolution de la charge q du condensateur en fonction du temps .

3.1- Choisir la ou les réponses justes :

L'énergie emmagasinée dans la bobine est :

a) maximale à l'instant $t_1 = 5.10^{-3}$ms .

b) minimale à l'instant $t_1 = 5.10^{-3}$ms .

c) maximale à l'instant $t_2 = 10^{-2}$ms .

d) minimale à l'instant $t_2 = 10^{-2}$ms .

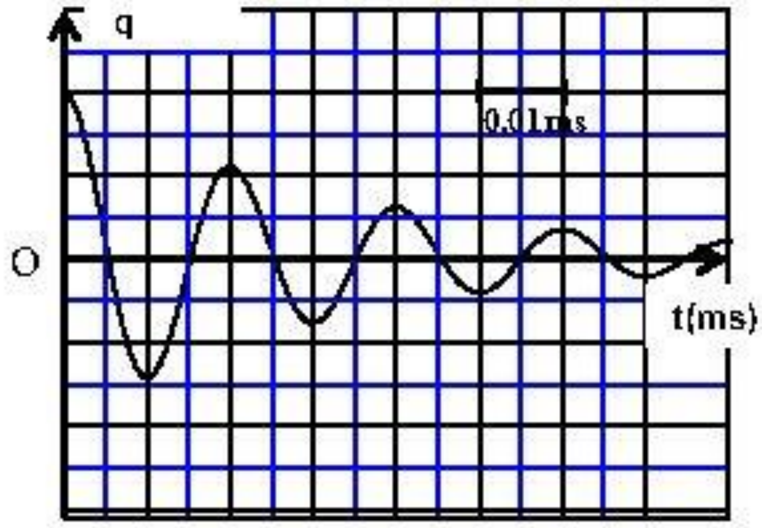


Figure 5

3.2- Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la charge du condensateur s'écrit sous la forme :

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\lambda \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{4\pi^2}{T_0^2} \cdot q = 0$$

avec T_0 la période propre du circuit et $\lambda = \frac{r}{2L}$.

3.3- sachant que l'expression de la pseudo période T des oscillations est $T = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{T_0^2} - \frac{\lambda^2}{4\pi^2}}}$; trouver la condition que doit vérifier r par rapport à $\frac{L}{C}$ pour que $T \approx T_0$.

Exercice N°5 :

Les bobines sont utilisées dans des montages électriques pour sélectionner des signaux modulés .
Cet exercice a pour but de déterminer entre deux bobines (b) et (b') celle que l'on doit utiliser pour la sélection d'un signal donné modulé en amplitude .

1- Détermination de l'inductance L et de la résistance r de la bobine (b) .

On réalise le montage expérimental représenté sur la figure 1 comprenant :
- Une bobine (b) d'inductance L et de résistance r ;
- Un conducteur ohmique (D) de résistance R ;
- Un générateur de tension (G) de force électromotrice E ;
- Un ampèremètre (A) de résistance négligeable ;
- Un interrupteur K .

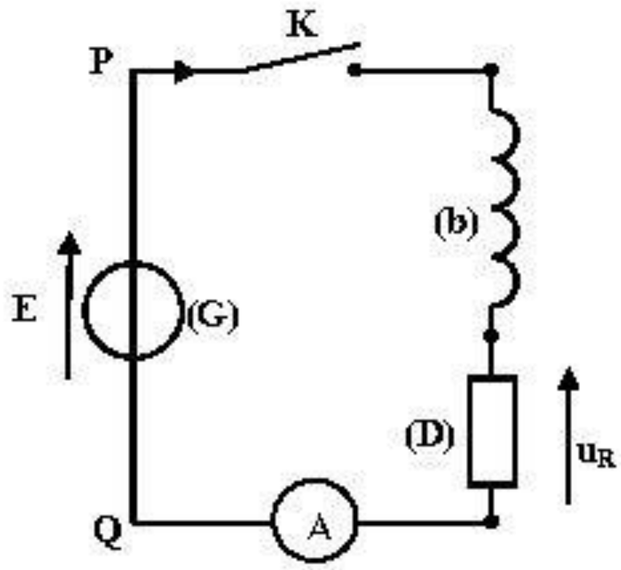


Figure1

A l'instant t = 0 , on ferme l'interrupteur K , et on visualise à l'aide d'un oscilloscope à mémoire les variations de la tension $u_{PQ}(t)$ entre les pôles du générateur (G) et de la tension $u_R(t)$ entre les bornes du conducteur ohmique (D).

On obtient les courbes ① et ② représentées sur la figure 2 .

La droite (T) représente la tangente à la courbe② à l'instant t=0 .

Dans le régime permanent , l'ampèremètre (A) indique la valeur I = 0,1A.

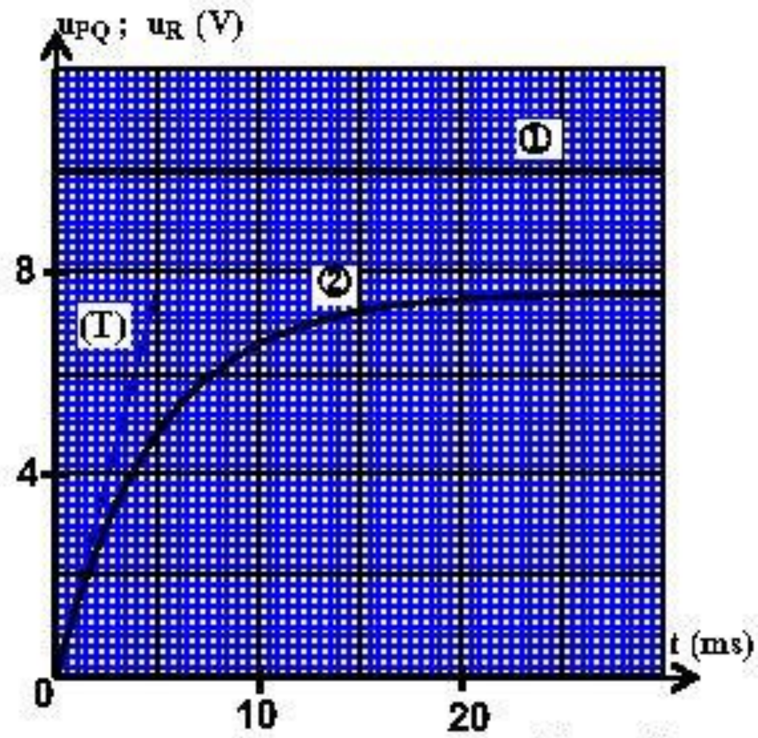


Figure2

1.1-a- Montrer que l'équation différentielle que vérifie la tension u_R s'écrit sous la forme :

$$L \cdot \frac{du_R}{dt} + (R + r).u_R - E.R = 0.$$

b- Sachant que la solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme $u_R=U_0(1-e^{-\lambda.t})$, trouver l'expression des constantes U_0 et λ en fonction des paramètres du circuit .

1.2-a- Trouver l'expression de la résistance r de la bobine (b) en fonction de E , I et U_0. Calculer la valeur de r .

b- Exprimer $\left(\frac{du_R}{dt}\right)_0$, dérivée de la tension u_R par rapport au temps à l'instant t=0, en fonction de E, U_0, I, et L. En déduire la valeur de L.

2- Détermination de l'inductance L' et la résistance r' de la bobine (b')

On réalise le montage représenté sur la figure 3 qui comprend une bobine (b') d'inductance L' et de résistance r', le générateur (G) de force électromotrice E , un condensateur de capacité C=20µF ,un conducteur ohmique de résistance R'=32Ω et un interrupteur K .

Après avoir chargé totalement le condensateur, on bascule l'interrupteur K à la position 2 à l'instant t = 0 et on visualise à l'aide d'un oscilloscope à mémoire les variations de la tension u_c aux bornes du condensateur en fonction du temps .On obtient l'oscillogramme représenté sur la figure 4.

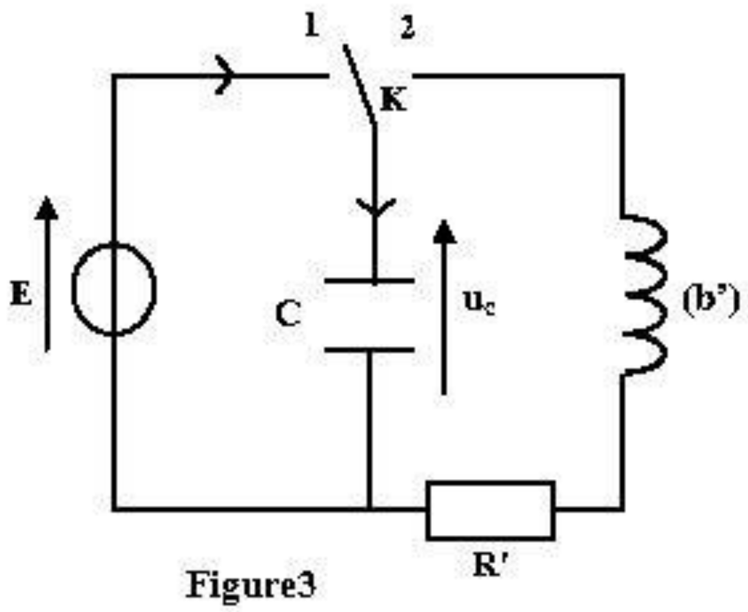


Figure3

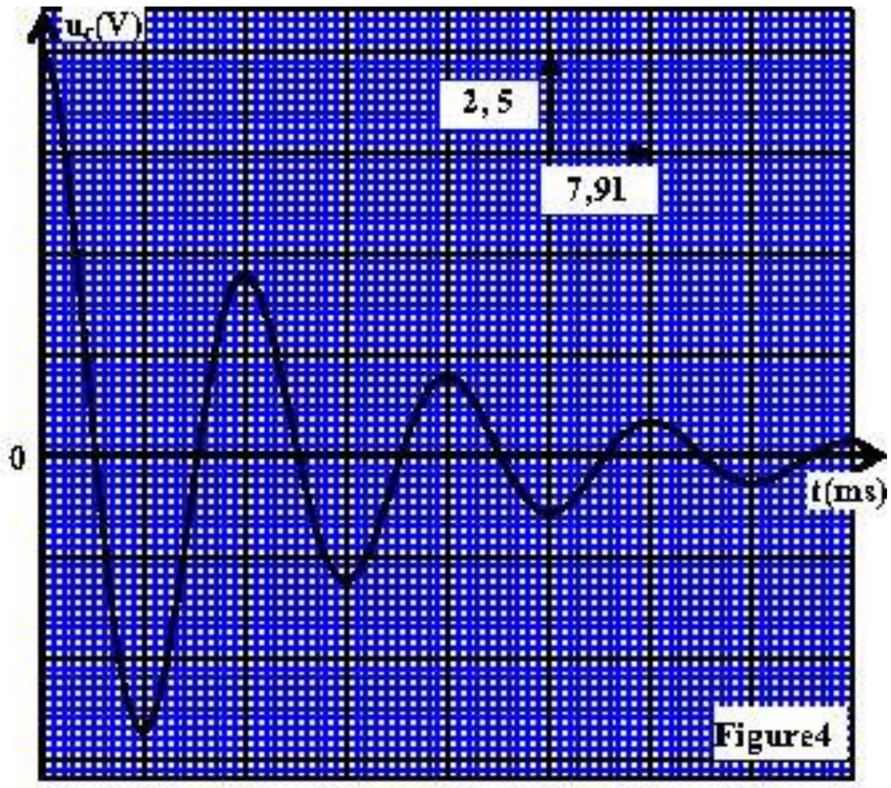


Figure4

2.1- **a**- Justifier, du point de vu énergétique, l'allure de la courbe représentée sur la figure 4.

b- En considérant la pseudo- période étant égale à la période propre de l'oscillateur LC , vérifier que L'= 0,317 H.

2.2- On exprime la tension u_c par la relation: $u_C(t) = E.e^{-\frac{(r'+R')}{2L'}t}\cos\left(\frac{2\pi}{T}\cdot t\right)$. Montrer que $r' \approx 0$.

Exercice N°6 :

L'objectif de cet exercice est de suivre l'évolution de l'intensité du courant électrique au cours de la charge d'un condensateur et au cours de sa décharge à travers une bobine. Pour l'étude de la charge et la décharge d'un condensateur de capacité C, on réalise le montage représenté dans la figure 1 .

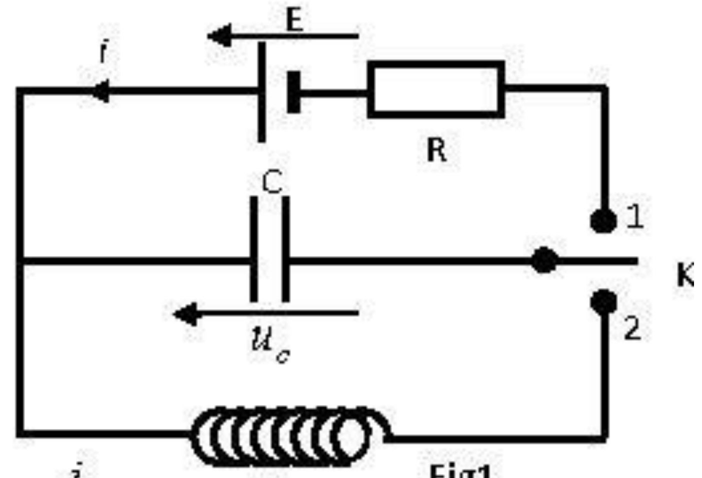


Fig1

1 - Etude de la charge du condensateur

Initialement le condensateur est non chargé.

A un instant considéré comme origine du temps t=0, on bascule l'interrupteur K à la position 1, le condensateur se charge alors à travers un conducteur ohmique de résistance R=100Ω à l'aide d'un générateur électrique parfait de force électromotrice E = 6V .

1.1- Etablir l'équation différentielle que vérifie l'intensité du courant i en respectant l'orientation indiquée dans la figure 1.

1.2- La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme suivante : $i = A\, e^{-\frac{t}{\tau}}$.

Trouver l' expression de A et celle de τ en fonction des paramètres du circuit.

1.3- En déduire l'expression de la tension u_c en fonction du temps t.

1.4- Un système informatique permet de tracer la courbe qui représente les variations $\frac{i}{I_0}$ en fonction du temps t ,(fig 2) .

I_0 est l'intensité du courant à l'instant t = 0.

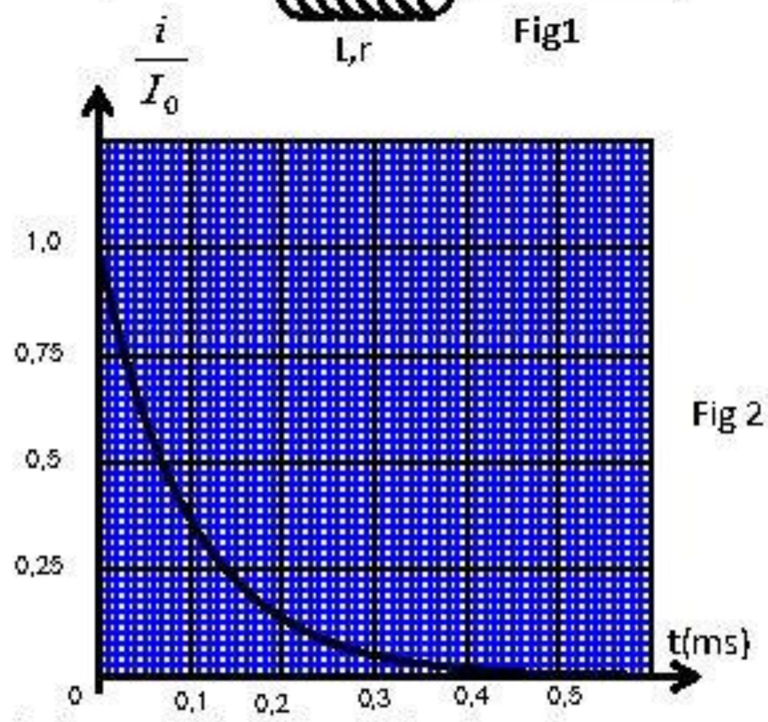


Fig 2

Déterminer la constante de temps τ et en déduire la valeur de la capacité C du condensateur.

1.5- Soient E_e l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur lorsqu'il est complètement chargé et $E_e(\tau)$ l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur à l'instant t = τ .

Montrer que le rapport $\frac{E_e(\tau)}{E_e}$ s'écrit sous la forme : $\frac{E_e(\tau)}{E_e} = \left(\frac{e-1}{e}\right)^2$;Calculer sa valeur ,

(e est la base du logarithme népérien) .

2. Etude de la décharge du condensateur dans une bobine

A un instant que l'on considère comme nouvelle origine des temps, on bascule l'interrupteur à la position 2 pour décharger le condensateur dans une bobine de coefficient d'inductance L= 0 ,2 H et de résistance r.

2.1- On considère la résistance de la bobine négligeable et on conserve la même orientation précédente du circuit .

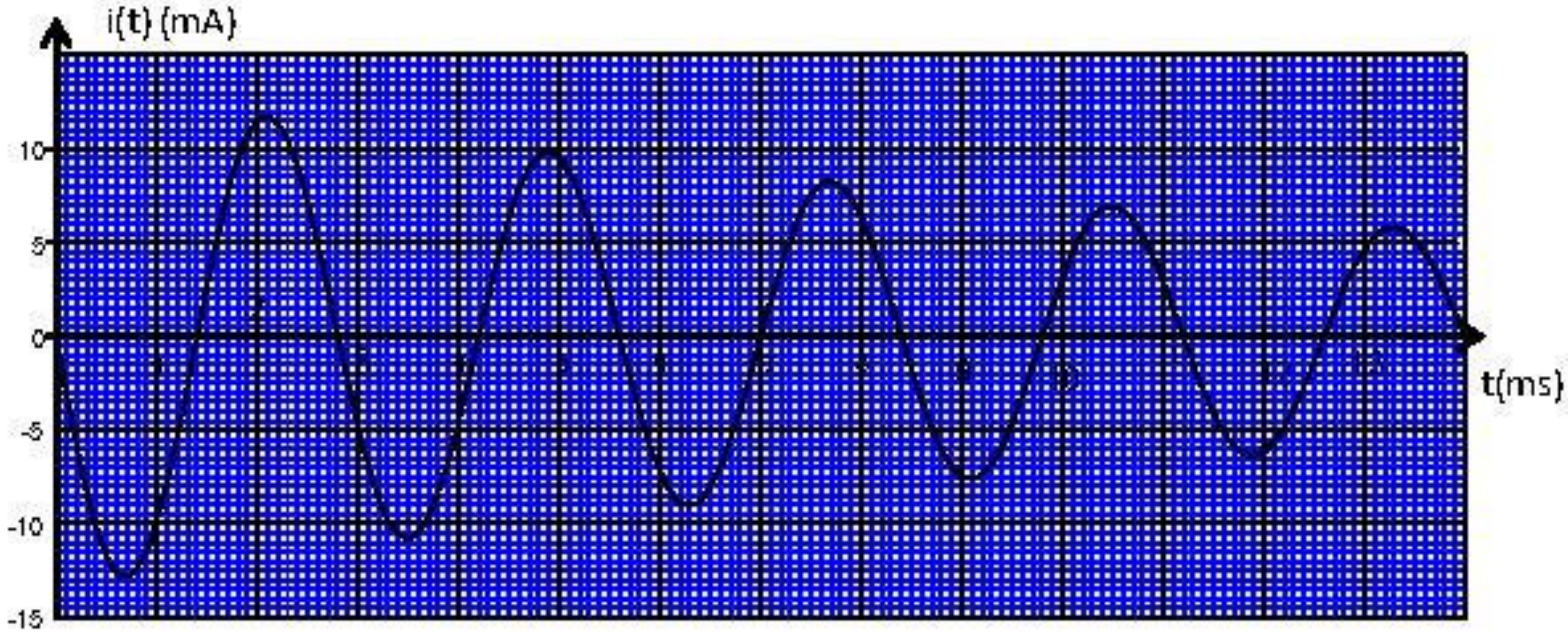
a- Etablir l'équation différentielle que vérifie l'intensité du courant $i(t)$.

b- La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme suivante : $i(t) = I_m \cos(2\pi N_0 t + \varphi)$;

Ddéterminer la valeur de I_m et celle de φ .

2.2- A l'aide du système informatique précèdent, on visualise l'évolution de l'intensité $i(t)$ dans le circuit en fonction du temps t , on obtient l'oscillogramme représenté dans la figure 3 .

Fig3



On désigne par E_0, l'énergie de l'oscillateur a l'instant t =0 et par T la pseudo période des oscillations .

Calculer l'énergie E' de l'oscillateur à l'instant $t' = \frac{7}{4}T$, en déduire la variation $\Delta E = E' - E_0$.

Donner une explication à cette variation.

2.3- On admet que l'énergie totale de l'oscillateur diminue au cours de chaque pseudo - période de p=27 ,5%

a-Montrer que l'expression de l'énergie totale de l'oscillateur peut s'écrire à l'instant **t = nT** sous la forme $E_n = E_0(1-p)^n$, avec **n** entier naturel.

b-Calculer **n** lorsque l'énergie totale de l'oscillateur diminue de 96% de sa valeur initiale E_0.

Exercice N°7 :

L'objectif de cet exercice est d'étudier les oscillations électriques libres et forcées dans un circuit RLC et leur application dans le circuit d'accord .

On réalise le montage électrique représenté dans la figure (1) qui comprend :

- un générateur de force électromotrice E=6,0 V et de résistance interne négligeable ;
- un condensateur (C) de capacité C réglable ;
- une bobine (B) d'inductance L réglable et de résistance négligeable ;
- un conducteur ohmique (D) de résistance R réglable ;
- un interrupteur (K).

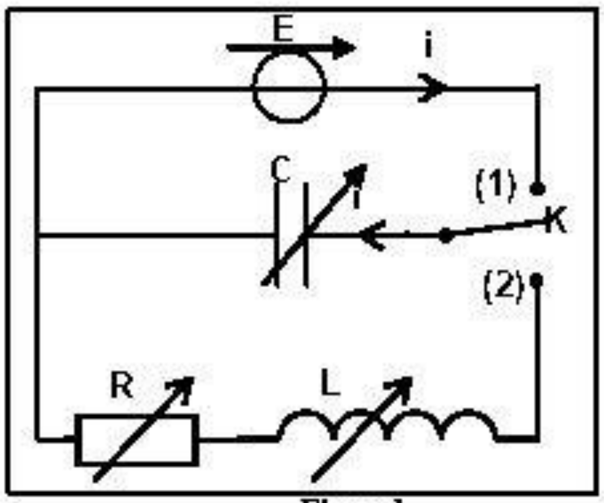


Figure1

1- étude des oscillations libres amorties dans un circuit RLC.

Expérience 1 :

On règle la résistance sur la valeur R=20Ω et l'inductance sur la valeur 1,0H et on règle la capacité du condensateur sur C=60μF.

Après avoir chargé complètement le condensateur (C),on bascule l'interrupteur (K) à l'instant t=0 à la position (2) .

Un dispositif approprié permet de visualiser l'évolution des tensions u_c aux bornes du condensateur (C) , u_R aux bornes du conducteur ohmique (D) et u_L aux bornes de la bobine (B) .

On obtient les courbes (a) , (b) et (c) représentées dans la figure(2)

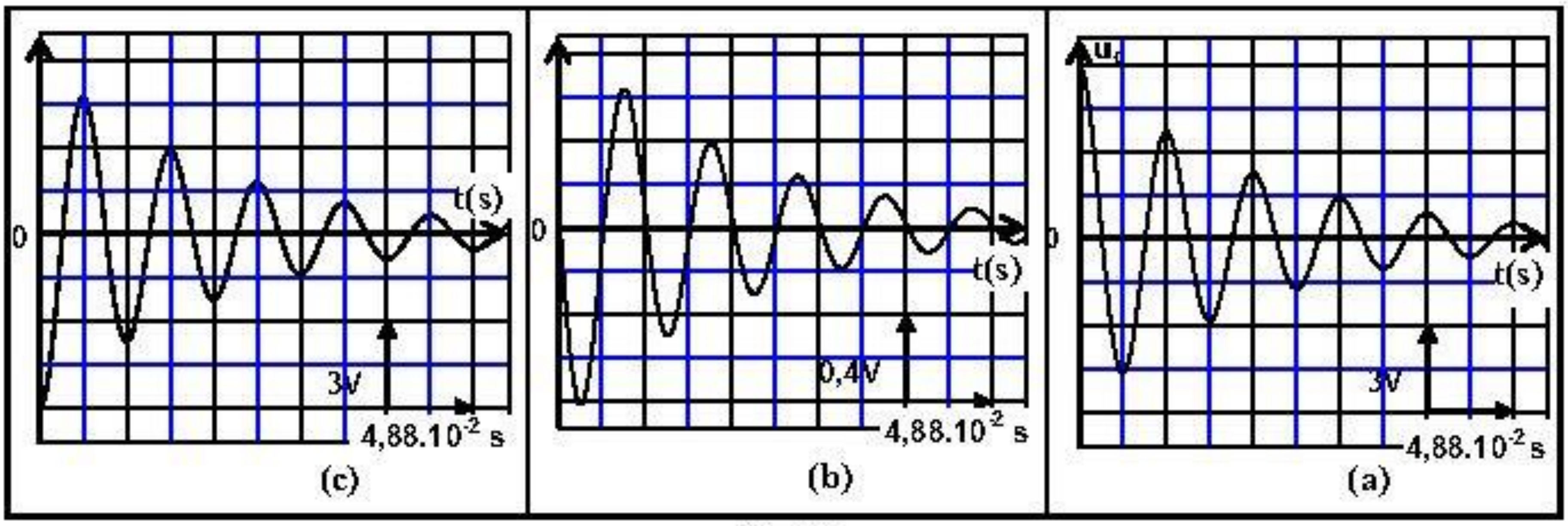


Figure2

1.1- la courbe (a) représente l'évolution de la tension u_c en fonction du temps .
quelle est parmi les deux courbes (b) et (c) celle correspondant à la tension u_L ? justifier la réponse .

1.2- A partir des courbes précédentes :

a) Déterminer la valeur de l'intensité de courant passant dans le circuit à l'instant $t_1=8,54.10^{-2}$ s .

b) Préciser le sens du courant dans le circuit entre les instants t_1 et $t_2 = 10,98.10^{-2}$ s .

1.3- Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge q du condensateur (C) .

1.4- La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme $q(t) = A.e^{-\frac{R}{2L}t}.\cos(\frac{2\pi}{T}t - 0,077)$.

Déterminer la valeur de la constante A en donnant le résultat avec trois chiffres significatifs .

2- L'étude énergétique des oscillations libres dans un circuit LC.

On utilise le montage représenté dans la figure (1) ,et on règle la résistance R sur la valeur R=0Ω et la capacité du condensateur sur la valeur C = 60 μF , dans ce cas l'expression de q(t) s'écrit sous la forme :

$q(t) = q_m.\cos(\frac{1}{\sqrt{L.C}}t)$.

2.1- établir l'expression littérale de l'énergie électrique E_e et celle de l'énergie magnétique E_m en fonction du temps .

2.2- Montrer que l'énergie totale E_T de l'oscillateur se conserve aux cours du temps .
Calculer sa valeur .

Exercice N°8 :

L'objectif de cet exercice est l'étude de la réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension ascendant et l'évolution de la charge électrique lors de la décharge d'un condensateur dans une bobine.

1- Etude du dipôle RL

On réalise le montage représenté dans la figure 1 et qui constitué de :

- un générateur de force électromotrice $E = 6V$ et de résistance négligeable ;
- une bobine de coefficient d'inductance $L = 1,5mH$ et de résistance négligeable ;
- un conducteur ohmique de résistance R réglable ;
- un interrupteur K .

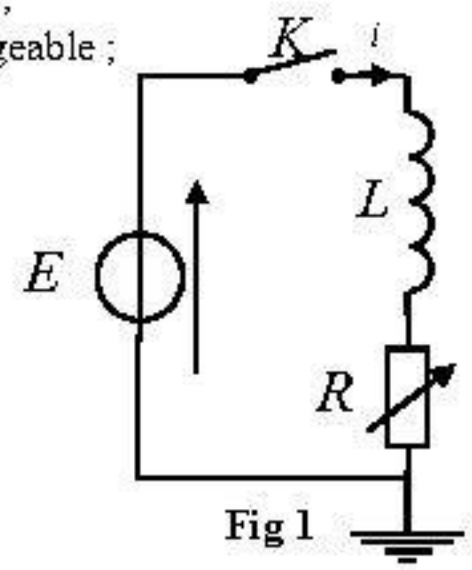


Fig 1

On règle la résistance R sur une valeur R_1 et on ferme l'interrupteur K à un instant $t = 0$ que l'on considère comme origine du temps.

1.1- Etablir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant $i(t)$.

1.2- La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme :

$i(t) = \dfrac{E}{R_1}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right)$. Déterminer à partir de cette solution l'expression de la constant τ_1 en fonction des paramètres du circuit .

1.3- On règle la résistance R sur la valeur $R_2 = 2R_1$. Trouver l'expression de la nouvelle constante de temps τ_2 en fonction de τ_1. En déduire l'effet de la valeur de R sur l'établissement du courant dans le dipôle RL .

2- Etude du dipôle RLC

On réalise le montage représenté dans la figure 2 .

On bascule l'interrupteur K à la position 1 ; Apres la charge du condensateur , on bascule l'interrupteur à à l'instant $t = 0$ à la position 2 . On visualise à l'aide d'un dispositif approprié l'évolution de la charge du condensateur au cours du temps ; On obtient alors la courbe représentée à la figure 3.

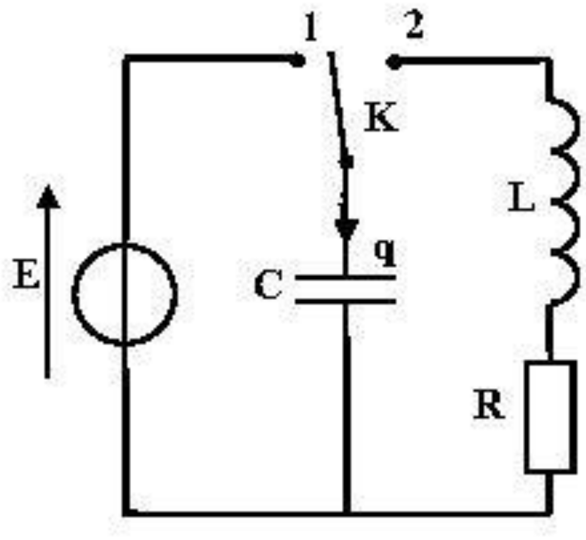


Fig 2

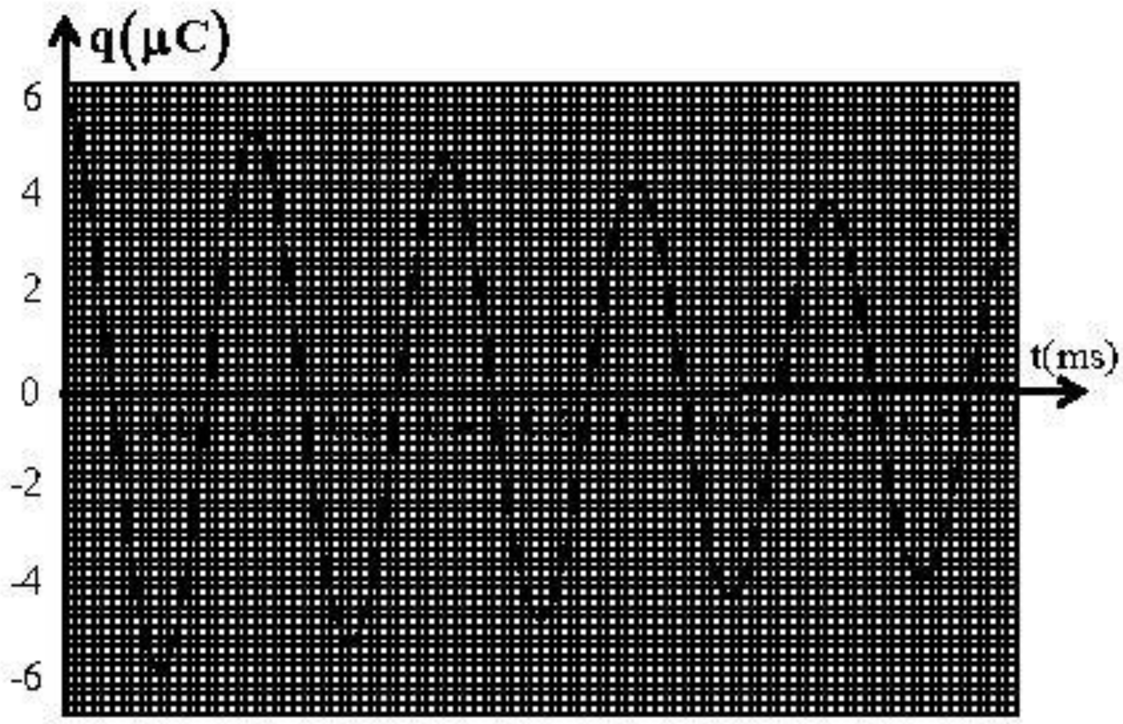


Fig3

2.1- Établir l'équation différentielle vérifiée par la charge $q(t)$ du condensateur

2.2- Sachant que la solution de cette équation différentielle s'écrit sous la forme

$$q(t) = q_0 . e^{-\frac{t}{2\lambda}} cos\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi\right)$$

a- Trouver l'expression $\dfrac{q(t+T)}{q(t)}$ en fonction de la pseudo-période T et la constante λ .

b- Déterminer la valeur de λ

Exercice N°9 :

Beaucoup d'appareils électriques contiennent des circuits qui se composent de condensateurs, de bobines, de conducteurs ohmiques …La fonction de ces composantes varie selon leurs domaines d'utilisation et la façon dont elles sont montées dans les circuits.

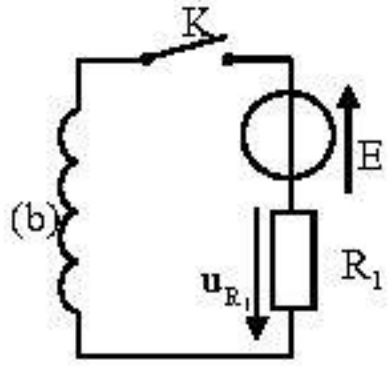


Figure 1

1-Etude du dipôle RL

On réalise le montage, représenté dans la figure 1, comportant :

-un générateur de f.e.m $E = 12\,V$ et de résistance interne négligeable ;

-un conducteur ohmique de résistance $R_1 = 52\Omega$;

-une bobine (b) d'inductance L et de résistance r ;

-un interrupteur K .

On ferme l'interrupteur K à l'instant de date t=0 .Un système d'acquisition informatisé adéquat permet de tracer la courbe représentant la tension $u_{R_1}(t)$ aux bornes du conducteur ohmique (fig.2) .(La droite (T) représente la tangente à la courbe à t=0).

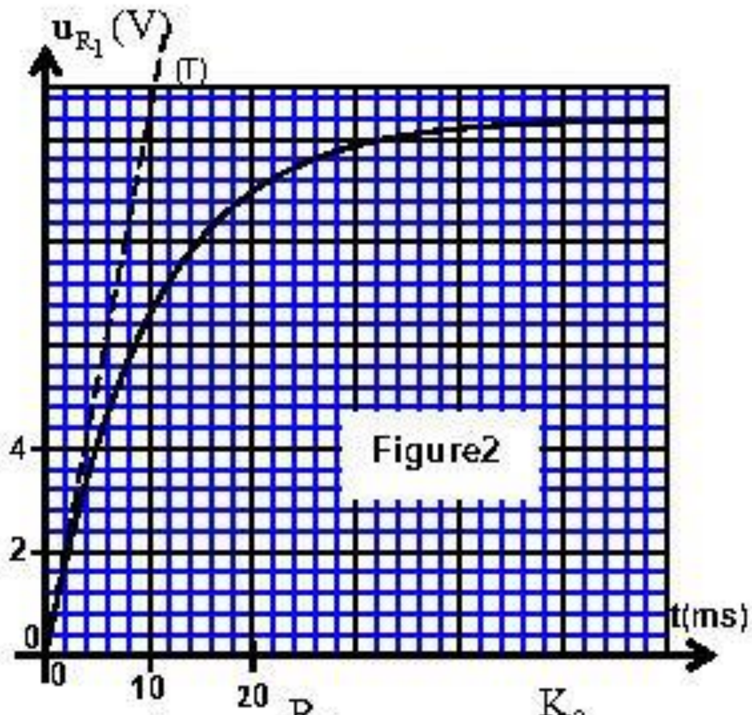


Figure2

1.1-Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution de u_{R_1}.

1.2- Déterminer la valeur de la résistance r de la bobine.

1.3- Vérifier que L=0,6H .

2- Etude des dipôles RC et RLC.

On réalise le montage, représenté dans la figure 3, comportant :

-un générateur idéal de courant ;

- un microampèremètre ;

-deux conducteurs ohmiques de résistance R_0 et $R=40\Omega$;

- un condensateur de capacité C , non chargé initialement ;

-la bobine (b) précédente ;

- deux interrupteurs K_1 et K_2.

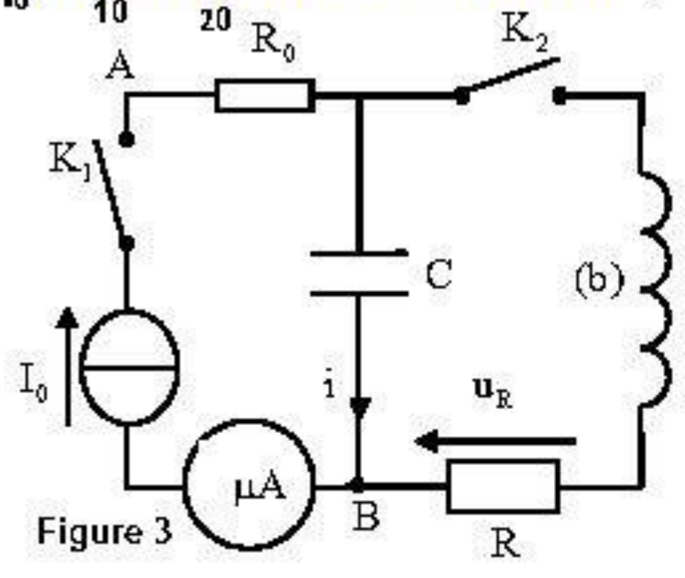


Figure 3

2.1- Etude du dipôle RC

On ferme l'interrupteur K_1 (K_2 ouvert) à l'instant de date t=0 .L'intensité du courant indiquée par le microampèremètre est $I_0 = 4\,\mu A$. Un système d'acquisition informatisé adéquat permet de tracer la courbe représentant la tension $u_{AB}(t)$ (fig.4).

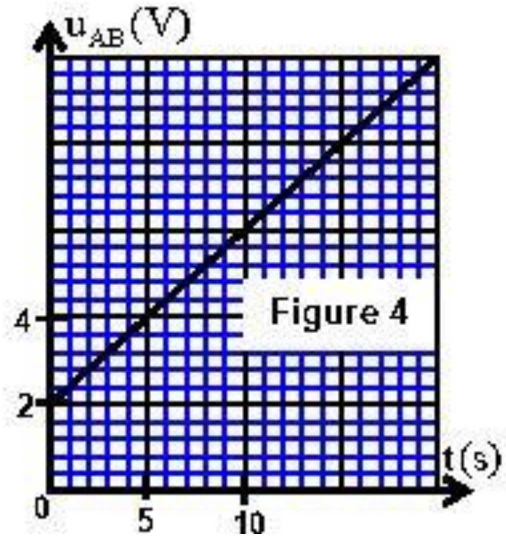


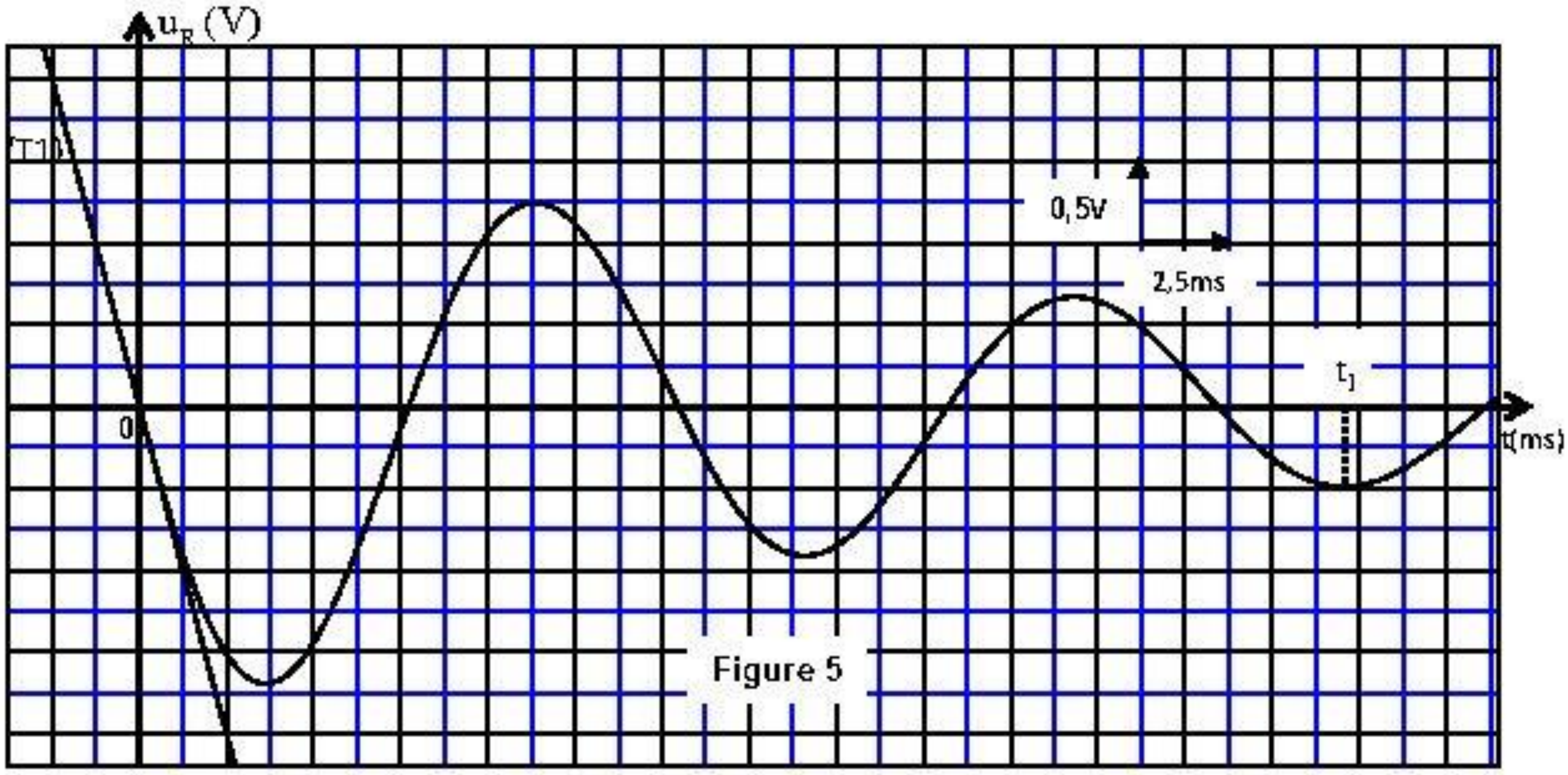
Figure 4

2.1.1- Déterminer la valeur de R_0.

2.1.2- Trouver la valeur de la capacité C du condensateur.

2.2- Etude du dipôle RLC

Lorsque la tension entre les bornes du condensateur prend la valeur $u_C = U_0$,on ouvre K_1 et on ferme K_2 à un instant pris comme nouvelle origine des dates (t=0). Un système d'acquisition informatisé adéquat permet de tracer la courbe représentant la tension $u_R(t)$ (fig.5) .(la droite (T1) représente la tangente à la courbe à $t = 0$.)



2.2.1- Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution de la charge q du condensateur.

2.2.2- Exprimer $\frac{dE_t}{dt}$ en fonction de R , r et i ; E_t représente l'énergie totale du circuit à un instant t et i l'intensité du courant circulant dans le circuit au même instant.

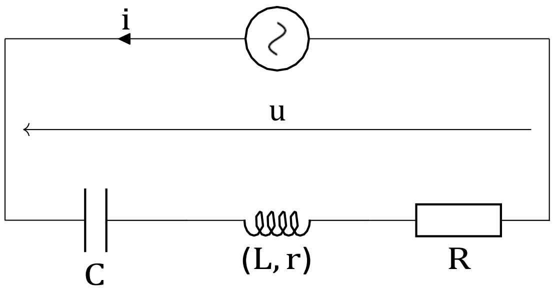
2.2.3- Montrer que $U_0 = -\frac{L}{R}.\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0}$ où $\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0}$ représente la dérivée par rapport au temps de $u_R(t)$ à $t = 0$ .Calculer U_0 .

2.2.4- Trouver $|E_j|$ l'énergie dissipée par effet Joule dans le circuit entre les instants t=0 et t=t_1(fig.5).

Les oscillations forcées dans un circuit RLC série :

Le courant alternatif sinusoïdal :

Un dipôle (RLC) série constitué d'un conducteur ohmique de résistance R; une bobine d'inductance L et de résistance interne r, et d'un condensateur de capacité C, est branché à un générateur qui lui applique une tension sinusoïdal.



Courant électrique alternatif sinusoïdal :

La tension du courant électrique alternatif sinusoïdal :

La tension sinusoïdale appliquée s'écrit mathématiquement :

$$u(t) = U_m \cos(2\pi ft + \varphi)$$

Où :

- U_m Tension maximale en (V)
- $2\pi f = \omega$ Pulsation en (rad/s)
- φ Phase à l'origine des dates en (rad)

La tension efficace U à la tension maximale par la relation :

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

L'intensité du courant électrique alternatif sinusoïdal :

L'intensité sinusoïdale s'écrit mathématiquement :

$$i(t) = I_m \cos\cos(2\pi ft + \varphi)$$

Où :

- I_m Tension maximale en (V)
- $2\pi f = \omega$ Pulsation en (rad/s)
- φ Phase à l'origine des dates en (rad)

La tension efficace I à la tension maximale par la relation :

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

Déphasage :

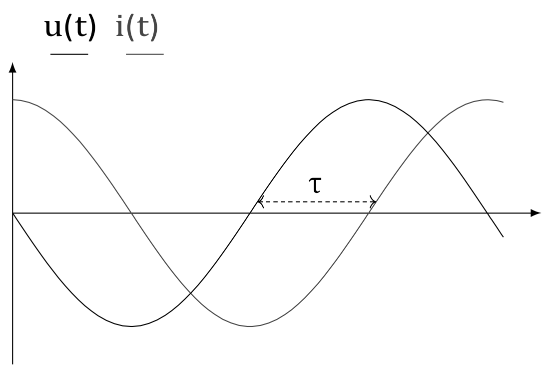
On considère les fonctions suivantes :

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi_i)$$
$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_u)$$

On appelle le déphasage de u par rapport à i, la différence $\Delta\varphi$ des deux signaux :

$$\Delta\varphi = \varphi_{u|i} = \varphi_u - \varphi_i$$

On distingue les cas suivants :
Si $\Delta\varphi > 0$, alors on dit que u est en avance par rapport à i.
Si $\Delta\varphi < 0$, alors on dit que u est en retard par rapport à u.
Si $\Delta\varphi = 0$, alors on dit que u et i sont en phase.
Si $\Delta\varphi = \pi$, alors on dit que u et i sont en opposition de phase.
Si $\Delta\varphi = \pi/2$, alors on dit que u et i en quadrature de phase.
On considère les deux courbes suivantes :



Supposons qu'à $t = 0$ on a $i = I_m$, donc : $I_m \cos(\varphi_i) = I_m \iff \varphi_i = 0$.
Par suite :

$$\Delta\varphi = \varphi_u$$

On donne :

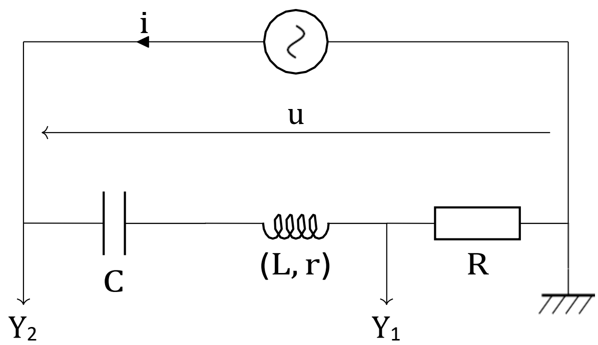
$$|\Delta\varphi| = 2\pi\frac{\tau}{T_0}$$

Où $\tau = \dfrac{\varphi_u}{\omega}$ ou graphiquement comme l'indique la figure $\tau = x.S_h$.

Étude d'un dipôle (RLC) série en régime sinusoïdal forcé :

Étude expérimentale :

On réalise le montage suivant :



On visualise sur l'oscilloscope connecté au circuit les courbes l'une du conducteur ohmique et la deuxième du circuit (RLC).
Ses oscillations observés sont appelés les oscillations forcées, car ici c'est le générateur qui impose sur le circuit sa fréquence, donc le circuit est obligé d'osciller, le générateur est appelé excitateur alors le circuit RLC est appelé résonateur.

Impédance électrique :

Généralement l'impédance est la résistance d'un circuit au passage d'un courant électrique alternatif sinusoïdale :

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{U_m}{I_m}$$

Son unité est l'Ohm (Ω).
Les impédances de quelques composantes électriques :
Pour un conducteur ohmique, on a :

$$Z = \frac{u_R}{I} = \frac{RI}{I} = R$$

Pour un condensateur, on a :

$$\begin{aligned} i &= C\frac{du_c}{dt} \\ u_c &= \frac{1}{C}\int idt \\ &= \frac{1}{C}\int I_m\cos(\omega t)dt \\ &= \frac{I_m}{C\omega}\sin(\omega t) \\ &= \frac{I_m}{C\omega}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

On aura :

$$U_m = \frac{I_m}{C\omega} \Longleftrightarrow Z = \frac{1}{C\omega}$$

Pour une bobine, on a :

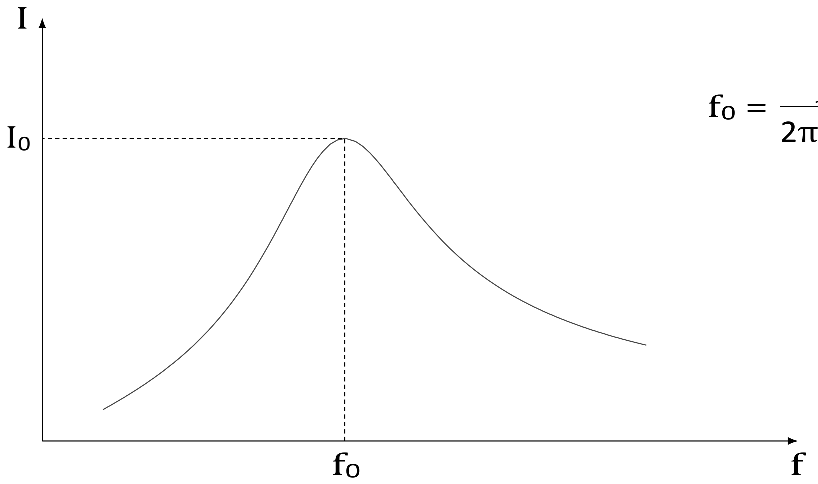
$$\begin{aligned} u_L &= L\frac{di}{dt} \\ &= L\frac{d}{dt}(I_m\cos(\omega t)) \\ &= -LI_m\omega\sin(\omega t) \\ &= LI_m\omega\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

On aura :

$$U_m = LI_m\omega \Longleftrightarrow Z = L\omega$$

Phénomène de résonance :

Lorsque le système est sensible à la fréquence on observe que certaines grandeurs varient en fonction de cette fréquence :



$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Étude théorique :

Aux bornes du circuit (RLC) on a une tension u appliquée.

$$\begin{aligned} u &= U_m \cos(\omega t + \varphi) \\ &= U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi) \end{aligned}$$

Le dipôle est traversé par une intensité :

$$i = I\sqrt{2}\cos(\omega t)$$

Aux bornes du conducteur ohmique on a :

$$\begin{aligned} u_R &= Ri \\ &= RI\sqrt{2}\cos(\omega t) \end{aligned}$$

Aux bornes du condensateur on a :

$$\begin{aligned} u_c &= \frac{1}{C}\int idt \\ &= \frac{I\sqrt{2}}{C\omega}\sin(\omega t) \end{aligned}$$

Aux bornes de la bobine :

$$\begin{aligned} u_L &= L\frac{di}{dt} + ri \\ &= rI\sqrt{2}\cos(\omega t) - LI\omega\sqrt{2}\sin(\omega t) \end{aligned}$$

En appliquant la loi d'additivité sur les expressions obtenus, on obtient :

$$u = u_R + u_L + u_C$$

$$U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi) = (R + r)I\sqrt{2}\cos(\omega t) + I\sqrt{2}\sin(\omega t)\left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)$$

$$U\cos(\omega t + \varphi) = R_t I\cos(\omega t) + I\sin(\omega t)\left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)$$

Si $\omega t = 0$ on aura :

$$U\cos(\varphi) = R_t I \qquad (1)$$

Si $\omega t = \pi/2$ on aura :

$$U \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = I\left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)$$

En utilisant le fait que : $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin(x)$, on obtient :

$$-U \sin(\varphi) = I\left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right) \Longleftrightarrow U \sin(\varphi) = I\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) \qquad (2)$$

En divisant (2) par rapport à (1) on obtient :

$$\frac{U \sin\varphi}{U \cos\varphi} = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}$$

$$\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R_t}$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R_t}\right)$$

En ajoutant $(1)^2$ à $(2)^2$, on obtient :

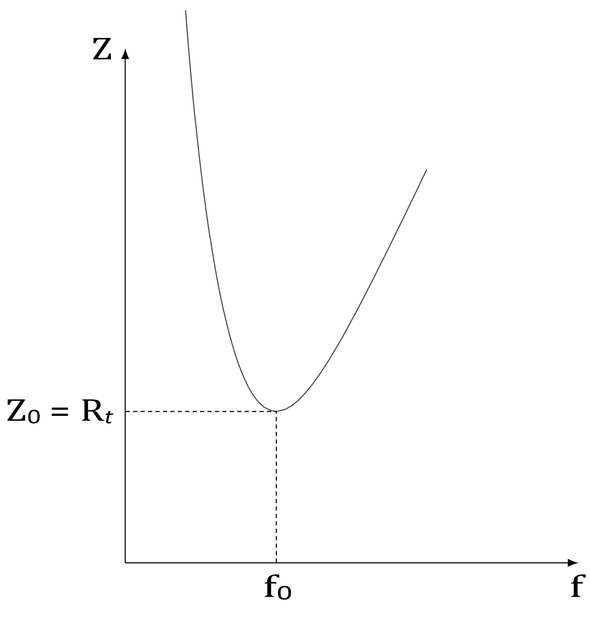
$$U^2 \sin^2(\varphi) + U^2 \cos^2(\varphi) = I^2\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2 + R_t^2 I^2$$

$$U = \sqrt{R_t^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}\, I$$

$$Z = \sqrt{R_t^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

Donc la tracé de la courbe de l'impédance en fonction de la fréquence, on rappelle que $\omega \propto f$: Vous pouvez d'ailleurs déduire la relation suivante :

$$I = \frac{U}{\sqrt{R_t^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$



À retenir :

à la résonance, les conditions suivantes sont vérifiés :
. Les impédances du condensateur et la bobine sont égaux :

$$L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0$$

. À partir de cette relation on peut déduire que :

$$L\omega = \frac{1}{C\omega}$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}$$

$$4\pi^2 f^2 = \frac{1}{LC}$$

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Donc la fréquence à la résonance est celle du circuit (RLC) lorsque les oscillations sont libres.
.On peut déduire aussi que :

$$\varphi = \arctan\left(\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R_t}\right) = 0$$

C'est-à-dire i et u sont en phase à la résonance.
. I est maximale sa valeur est :

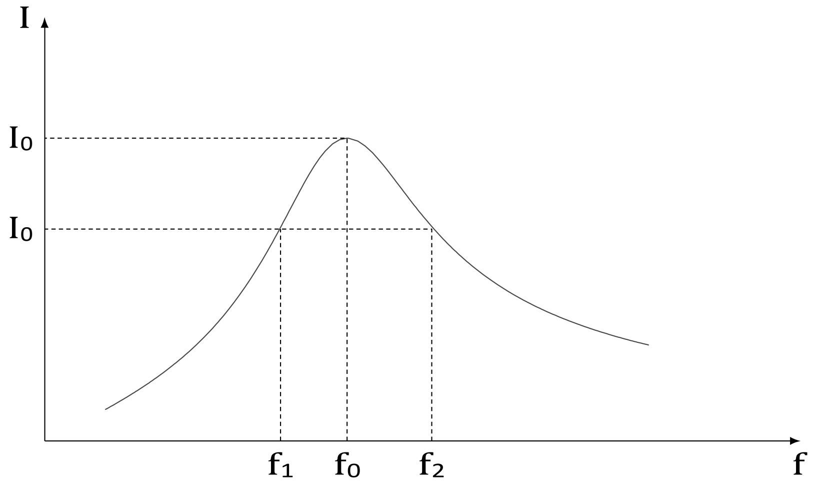
$$I_0 = \frac{U}{R_t}$$

. Z est minimale sa valeur est :

$$Z_0 = R_t$$

La bande passante, le facteur de qualité :

La bande passante du circuit (RLC) est l'intervalle $[f_1; f_2]$ vérifiant : $I(f) \geq \frac{I_0}{\sqrt{2}}$



La largeur de la bande passante, dite à trois décibels (-3dB) est : $\Delta f = f_2 - f_1$.
Le facteur de qualité d'un circuit (RLC) est donné par la relation :

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{1}{R_t}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

C'est un facteur sans dimension caractérisant l'acuité de la résonance.

La puissance dans le régime sinusoïdal :

Puissance instantanée :

On sait que :

$$P = ui$$

Avec :

$$\begin{cases} u &= U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi) \\ i &= I\sqrt{2}\cos(\omega t) \end{cases}$$

Respectivement, la tension instantanée appliquée par le générateur, et l'intensité instantanée qui parcourt le circuit.
On rappelle que :

$$\cos q \cos p = \frac{1}{2}\left[\cos(q + p) + \cos(q - p)\right]$$

$$\begin{aligned} P &= ui \\ &= 2UI\frac{1}{2}\left(\cos(2\omega t + \varphi) + \cos\varphi\right) \\ &= UI\left(\cos(2\omega t + \varphi) + \cos\varphi\right) \end{aligned}$$

Cette puissance ne permet pas d'évaluer le bilan énergétique du circuit, donc on définit la puissance moyenne, appelée aussi active.

La puissance moyenne :

Au cours d'une période T on a :

$$\begin{aligned} E &= \int_0^T P\mathrm{d}t \\ &= UI\int_0^T \cos(2\omega t + \varphi)\mathrm{d}t + \int_0^T \cos\varphi\mathrm{d}t \\ &= UIT\cos\varphi \end{aligned}$$

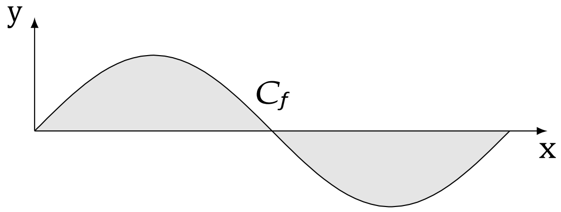
D'où :

$$P = UI\cos\varphi$$

Complément mathématique : Soit f une fonction T-périodique, et F sa primitive :

$$\int_a^{a+T} f(x)\mathrm{d}x = 0$$

Géométriquement on peut la démontrer comme suit :



Sinon :

$$\int_a^{a+T} f(t)dt = \int_a^0 f(t)dt + \int_0^{a+T} f(t)dt$$
$$= \int_0^{a+T} f(t)dt - \int_0^a f(t)dt$$
$$= F(a+T) - F(0) - F(a) + F(0)$$
$$= 0$$

F est T-périodique aussi.
Dans notre exemple l'intégrale :

$$\int_0^T \cos(2\omega t + \varphi)dt = 0$$

En tout cas, on sait maintenant que :

$$P = UI\cos\varphi$$

Avec $\cos\varphi$ est le facteur de puissance.
On peut déduire à partir : $P = R_t I^2$ que :

$$\cos\varphi = \frac{R_t}{Z}$$

Circuit (R,L,C) série en régime sinusoïdal forcé : Exercices

Exercice 1 : QCM

Répondre par vrai ou faux

1. Le déphasage de la tension aux bornes d'un dipôle (R,L,C) série par rapport à l'intensité peut être nul .
2. l'impédance d'un dipôle (R,L,C) série peut être nulle .
3. L'impédance d'un condensateur parfait est proportionnelle à L .
4. L'impédance est toujours proportionnelle à la fréquence .
5. La réponse à une excitation sinusoïdale est sinusoïdale de même fréquence .
6. Le facteur de qualité d'un circuit $R = 100\Omega$, $L = 50mH$, $C = 0,5\mu F$ vaut 10
7. L'unité du rapport $\frac{R}{Z}$ est le même que celle de $\frac{R}{L}$

Exercice 2

On considère le montage électrique de la figure 1 , où le générateur applique aux bornes du dipôle (AB) une tension alternative sinusoïdale de la forme : $u(t) = U_m cos(2\pi.N.t + \varphi_u)$ de tension maximale constante et de fréquence N réglable . L'intensité instantanée i(t) dans le dipôle est noté : $i(t) = I_m cos(2\pi.N.t)$

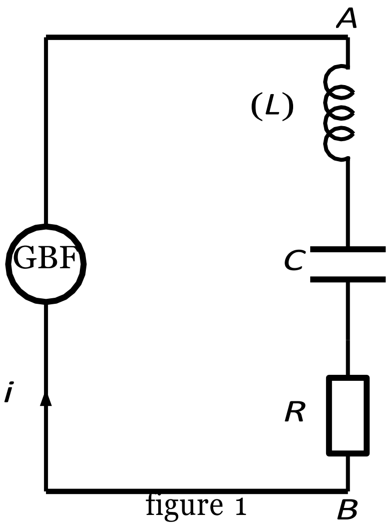


figure 1

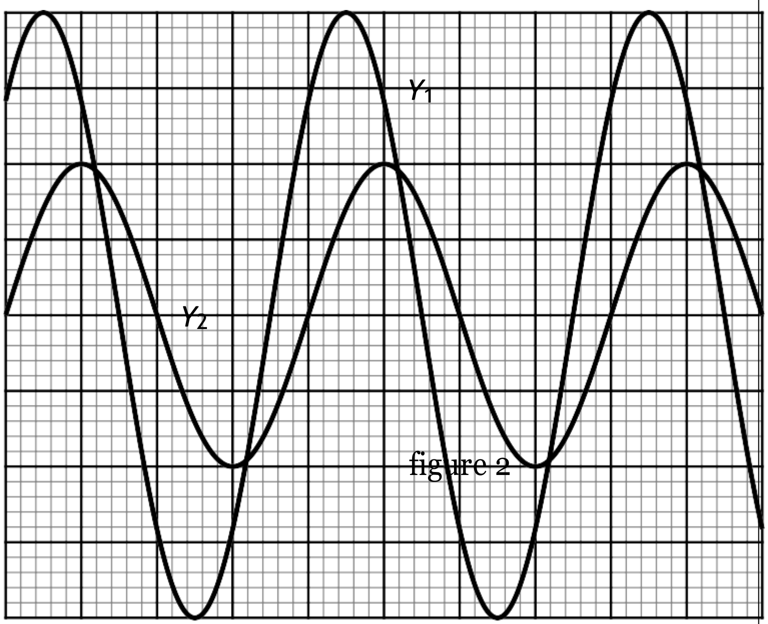


figure 2

On visualise au deux entrées de l'oscilloscope Y_1 et Y_2 les tensions $u(t)$ et $u_R(t)$ en utilisant la même sensibilité verticale des deux entrée Y_1 et Y_2 : $1V\ /div$ et la sensibilité horizontale $2ms/div$ avec Y_1 correspond à la tension $u(t)$ et Y_2 correspond la tension $u_R(t)$.
On fixe la fréquence N à la valeur N_1 et la capacité C du condensateur à la valeur C_1 . La résistance du conducteur ohmique est $R = 100\Omega$. On obtient l'oscillogramme de la figure 2 .

1. Représenter sur la figure 1 les liaisons oscilloscope-circuit pour visualiser $u(t)$ et $u_R(t)$.
2. En utilisant l'oscillogramme de la figure 2 , déterminer :
   (a) La période T et la pulsation des oscillations
   (b) La tension maximale U_m et l'intensité maximale du courant I_m
   (c) $\varphi_{u/i}$ le déphasage de la tension u(t) par rapport à l'intensité i(t) et écrire l'expression de $u(t)$.
3. À l'aide d'un voltmètre , on mesure la tension aux bornes de la bobine et après aux bornes du condensateur ; on obtient successivement $U_L = 3,3\sqrt{2}V$ et $U_C = 1,27\sqrt{2}V$
   (a) Calculer l'impédance Z du circuit (R,L,C)
   (b) Calculer l'impédance Z_L aux bornes de la bobine, Z_C aux bornes du condensateur et Z_R aux bornes du conducteur ohmique ; quelle est votre conclusion ?
   (c) Calculer les valeurs de l'inductance L de la bobine et de la capacité C du condensateur
   (d) Calculer les deux grandeurs : $(U_L - U_C)^2$ et $U_L^2 - U_C^2$ et les comparer et déduire la relation suivante :
$$Z = \sqrt{Z_R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

Exercice 3 : Bac 2016

On considère le circuit électrique de la figure 1 . Il est constitué :
* d'un générateur GBF qui peut alimenter le circuit par une tension sinusoïdale $u_{AB}(t) = 3\sqrt{2}cos(2.\pi.N.t)$ exprimée en volts (V) , de fréquence N réglable .
* un conducteur ohmique de résistance R ;
* un condensateur de capacité C ;

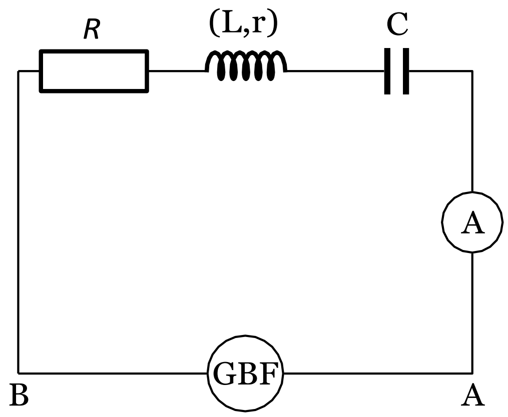


figure 1

* une bobine (b) d'inductance $L = 0,18H$ et de résistance $r = 5\Omega$
* ampèremètre

le facteur de qualité $Q = 7$ et la largeur de la bande passante de -3db est $14,3Hz$
À la résonance , l'ampèremètre indique la valeur $I_0 = 1,85 \times 10^2 mA$.

1. Déterminer la fréquence des oscillations électrique à la résonance.
2. déterminer les valeurs de R et de C
3. Calculer la puissance électrique moyenne consommée par effet Joule dans le circuit lorsque la fréquence prend l'une des valeurs des deux fréquences qui délimitent la bande passante .

Exercice 4

Un dipôle (R,L,C) série soumis à une tension excitatrice de fréquence variable , d'amplitude $10\sqrt{2}V$ présente une résonance d'intensité de valeur $I_0 = 0,1A$ à la fréquence $N_0 = 1000Hz$.
Quelle relation existe-t-il entre L, C et N_0 ? Calculer la valeur de la capacité C connaissant l'inductance $L = 47mH$.
Que vaut l'impédance du dipôle à la résonance ? quelle caractéristique du circuit peut-on déduire ?
Calculer le facteur de qualité Q du circuit . Ce dernier est -il sélectif ?

Exercice 5

Au cours d'une séance d'expérience , le professeur de physique demande à un groupe d'élève de déterminer l'inductance L et la résistance r d'une bobine (B) d'un moteur électrique de jouet. Pour cela on réalise le montage électrique suivant (figure 1)

I. Aux bornes de la bobine (B) on branche un générateur G de tension continue U_1 qui impose au dipôle un courant électrique d'intensité I_1 en régime permanent .

1. Indiquer sur le schéma les branchements des appareils de mesure des valeurs U_1 et I_1
2. les valeurs indiquées par ces mesures sont : $U_1 = 6,6V$ et $I_1 = 0,88A$; déduire de ces résultats la valeur de la résistance r de la bobine .

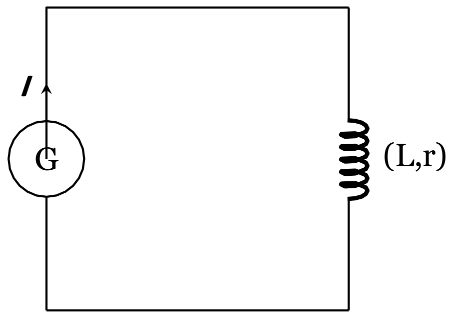


figure 1

II. On utilise la bobine (B) dans le montage de la figure 2 qui contient aussi un condensateur de capacité C et un conducteur ohmique de résistance R_0 . Le dipôle (R,L,C) est alimenté par un générateur GBF de tension efficace fixé à $U = 3,0V$ et de fréquence N réglable .

1. Indiquer sur le schéma les branchements de l'oscilloscope pour visualiser $u_R(t)$ aux bornes du conducteur ohmique et $u(t)$ aux bornes du générateur GBF .
2. justifier le type des oscillations visualisées à l'écran de l'oscilloscope est-elle libre ou amortie ?
3. quel est le système qui joue le rôle d'excitateur et le système qui joue le rôle de résonateur ?

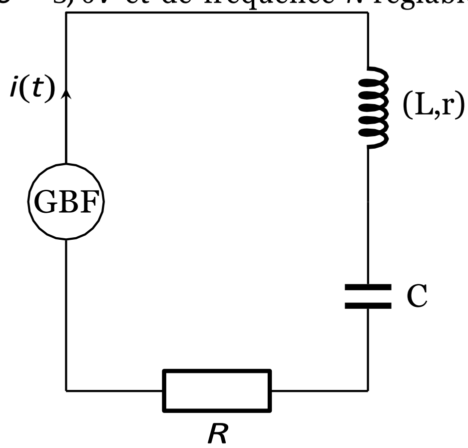


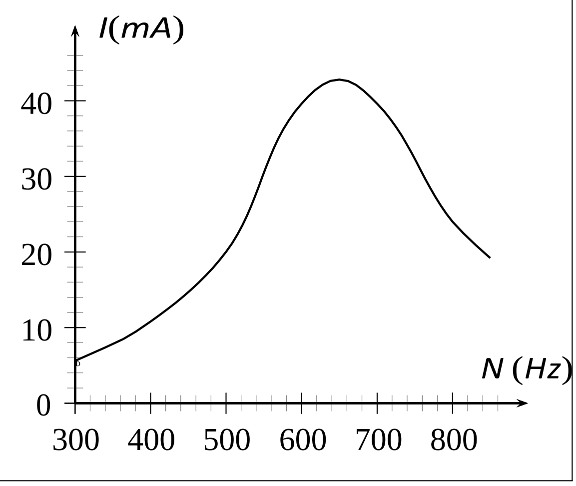
figure 1

III. On maintient la tension aux bornes du générateur constante et on fait varier la fréquence N et à l'aide de l'ampèremètre , on mesure l'intensité efficace du courant qui traverse le circuit qui correspond à chaque fréquence .
1. lorsque l'intensité efficace prend une valeur maximale I_0 , quel phénomène observe-t-on ? indiquer la fréquence N_0 qui lui correspond.
2. Déduire la résistance R globale du circuit .
3. Déterminer de la courbe de la figure 3 , la largeur ΔN de la bande passante et déduire le facteur de qualité Q .

4. Sachant que $\Delta N = \dfrac{R}{2\pi L}$; montrer que

$$Q = \frac{2\pi L.N_0}{R} = \frac{1}{2\pi N_0 R.C} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

IV. En utilisant les relations précédentes de la question III :
Calculer L l'inductance de la bobine (B) et C la capacité du condensateur
V. lorsque l'intensité efficace du courant prend la valeur I_0, calculer la puissance électrique moyenne consommée dans le circuit (R,L,C) .



Exercice 6

On applique aux bornes d'un dipôle (L,C) série une tension alternative sinusoïdale , on la note $u(t) = U\sqrt{2}cos(2\pi N.t)$ tel que la bobine a une inductance L et de résistance r .

1. Quelle grandeur qui va représenter la réponse du circuit au cours de cette excitation ?
2. On règle la fréquence N à la valeur :

$$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L.C}}$$

   où C est la capacité du condensateur . Quel phénomène obtient-t-on ?
3. À l'instant t=0 l'expression de la tension aux bornes du condensateur est tel que

$$u_C(t) = U_C\sqrt{2}cos(2\pi N.t)$$

   Déduire l'expression de l'intensité instantanée i(t) qui traverse le circuit . Calculer le déphasage $\varphi_{u_C/i}$.
4. Montrer que l'expression de l'énergie emmagasinée dans le circuit (L,C) est de la forme :

$$E = \frac{1}{2}LI_m^2$$

5. Déterminer l'expression de la quotient $\dfrac{E}{E_j}$ en fonction de Q le facteur de qualité , E_j l'énergie dissipée par effet Joule au cour d'une période T_0 . _ On donne : $Q = \dfrac{2\pi N_0.L}{\tau}$

Exercice 7

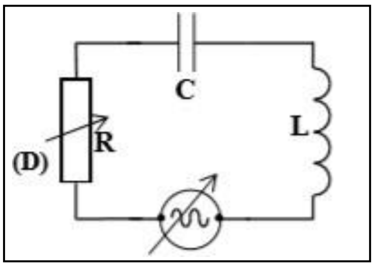
Une bobine sans fer de résistance r et d'inductance $L = 1,20H$. On applique aux bornes de cette bobine une tension alternative sinusoïdale de tension efficace $U = 220V$ et de fréquence $N = 50Hz$. Dans ces conditions , la puissance moyenne consommée par la bobine est P_T et l'intensité efficace du courant est $I_1 = 0,50A$

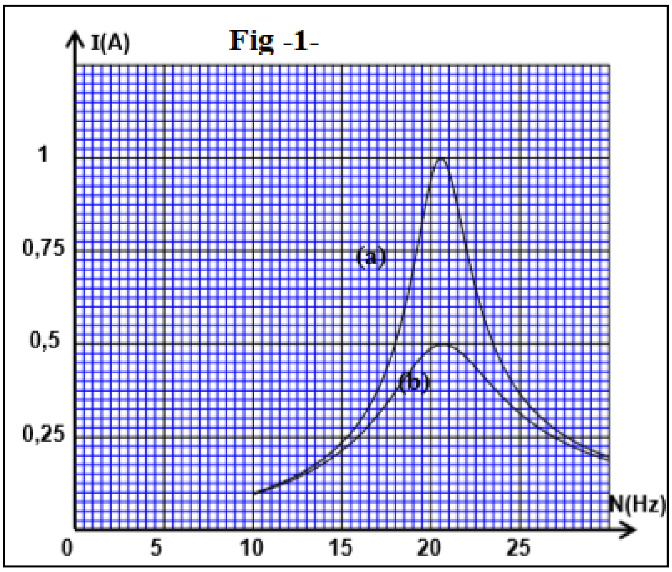
1. Calculer l'impédance Z de la bobine

2. Calculer le facteur de puissance $cos\varphi_{u/i}$ de cette bobine et déduire la valeur de déphasage $\varphi_{u/i}$
3. Calculer la valeur de r

Exercice n°4/

On monte en série un conducteur ohmique (D), une bobine idéale (B) et un condensateur (C). On applique entre les bornes du dipôle obtenu une tension sinusoïdale $u(t)=20\sqrt{2}.\cos(2\pi N.t)$ en Volt. On garde la tension efficace constante et on fait varier la fréquence N. On mesure l'intensité efficace I du courant pour chaque valeur de N. On visualise à l'aide d'un dispositif approprié l'évolution de l'intensité I en fonction de N, on obtient alors les deux courbes (a) et (b) représentées dans la figure (1) pour deux valeurs R1 et R2 de la résistance R ; (R2>R1).





1- Déterminer la valeur de la résistance R1.

2- Calculer le coefficient de qualité Q du circuit dans le cas où R = R2.

3- Trouver l'expression de l'impédance du circuit en fonction de R pour l'une des deux courbes quand la valeur de l'intensité efficace du courant vaut $I=I_0/\sqrt{2}$ avec I_0 l'intensité efficace du courant à la résonance.

4- Calculer dans le cas de R_1 le coefficient de puissance pour $I=I_0/\sqrt{2}$ en déduire le déphasage en valeur absolue de l'intensité i(t) par rapport à u(t).

Exercice n°5/ Session Rattrapage 2017 SM

On réalise le montage schématisé sur la figure 3 comportant : -un générateur de basse fréquence (GBF), -une bobine d'inductance L_0 et de résistance r_0 –un conducteur ohmique de résistance $R_0=30\Omega$, - un condensateur de capacité $C=2,5\mu F$.

Le générateur délivre une tension alternative sinusoïdale u(t) de fréquence réglable. Un courant d'intensité i(t) circule alors dans le circuit. On fait varier la fréquence N en gardant la tension maximale U_m constante. L'étude expérimentale a permis de tracer les deux courbes représentées sur les figures 4 et 5.

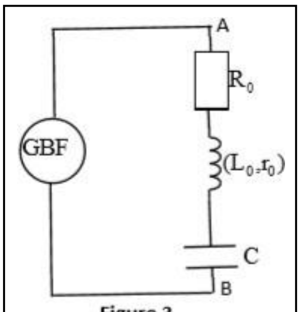


Figure 3

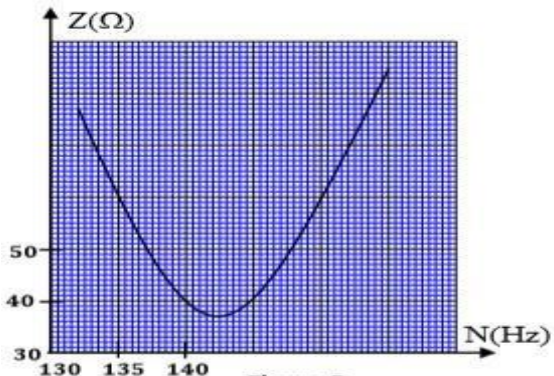


Figure 5

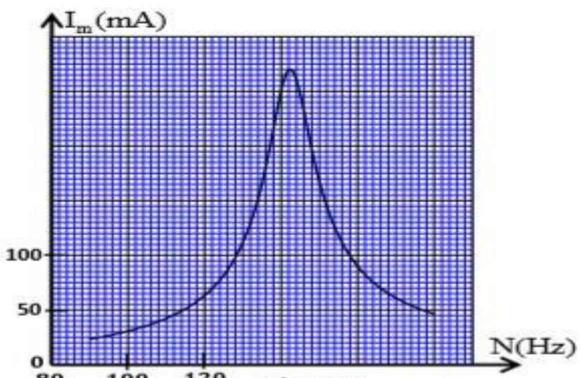


Figure 4

1- Choisir l'affirmation juste parmi les propositions suivantes :

a-Le générateur GBF joue le rôle du résonateur. b-Les oscillations du circuit sont libres.

c-φ représente le coefficient de puissance. d-L'expression du facteur de qualité est $Q=N_0/\Delta N$

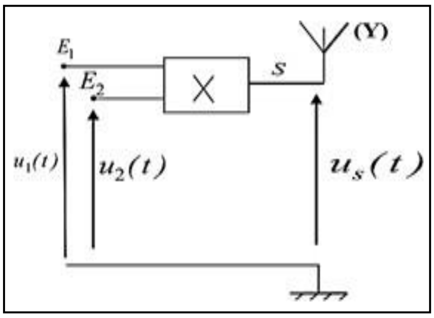
2- Déterminer la valeur de U_m , de L_o et celle de r_o .

3- Déterminer la valeur de la puissance électrique moyenne consommée dans le circuit à la résonance.

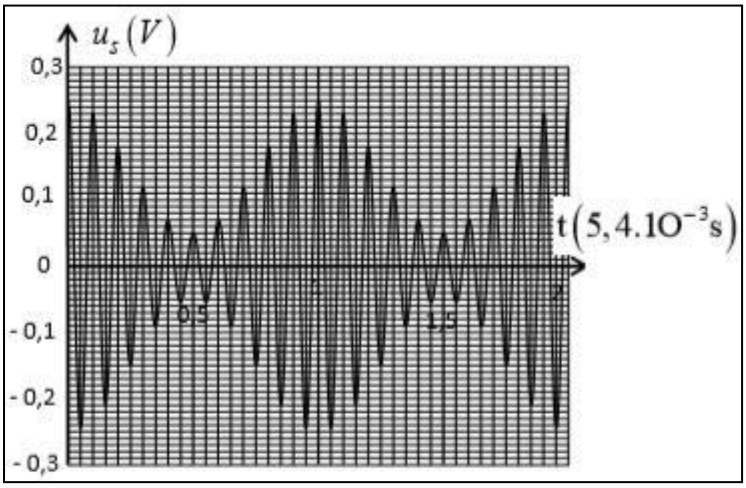
Exercice n°6/

Les ondes sonores audibles ont une faible fréquence , leur transmission à des longues distances nécessite qu'elles soient modulante à une onde électromagnétique de haute fréquence.

I- Modulation : On considère le montage représenté dans la figure 1;



-un générateur GBF1 applique à l'entrée E_1 de la composante électronique X une tension sinusoïdale $u_1(t)=P_m.\cos(2\pi t/T_P)$ et un générateur GBF2 applique à l'entrée E2 de la composante électronique X une tension sinusoïdale $u_2(t)=U_O+s(t)$ avec U_O la composante continue de la tension et $s(t)=S_m.\cos(2\pi t/T_S)$ la tension correspondante à l'onde qu'on désire transmettre. On visualise sur l'écran d'un oscilloscope la tension de sortie $u_S(t)=k.u_1(t).u_2(t)$;avec k une constante positive caractérisant la composante X ; fig 2

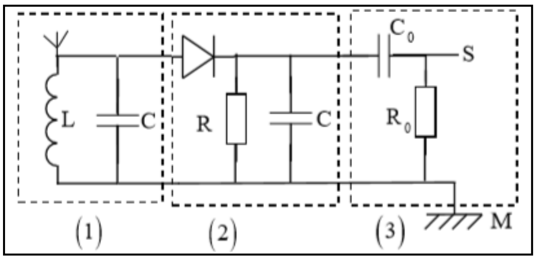


1- Nommer les composantes X et Y .

2- Montrer que l'expression de la tension $u_S(t)$ s'écrit sous la forme $u_S(t)=A]1+m.\cos(2\pi t/T_S)[.\cos(2\pi t/T_P)$ et préciser l'expression de A et celle de m.

3- Relever les valeurs de T_P , F_P , T_S , F_S , $U_{Sm}max$, $U_{Sm}min$. Que peut-on dire de la qualité de la modulation justifier.

II- Démodulation : La figure 3 représente le montage utilisé dans un dispositif de réception constitué de trois étages. On donne L=1,5mH ;

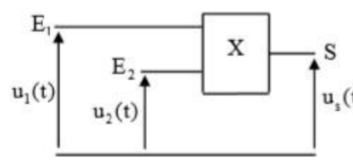


1- Préciser le rôle de l'étage 1 et 3 dans ce montage.

2- Déterminer la valeur du condensateur C pour sélectionner l'onde $u_S(t)$.

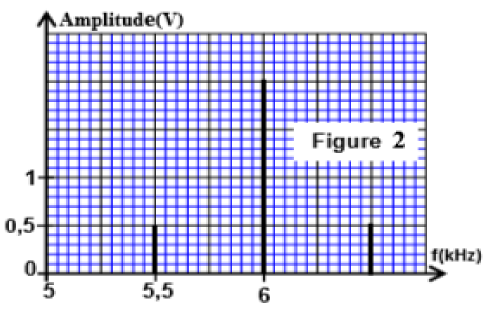
3- Montrer que l'intervalle auquel doit appartenir la valeur de la résistance R pour une bonne détection de l'enveloppe de la tension modulante dans ce montage est : $4\pi^2.L/T_P \ll R < 4\pi^2.L.T_S/(T_P)^2$. Calculer les bornes de cet intervalle .

Exercice n°7/



Afin d'obtenir un signal modulé en amplitude, on utilise un circuit intégré multiplieur X (fig1.). On donne :$u_1(t)=s(t)+U_O=S_m.\cos(2\pi.f_S.t)+U_O$

$u_2(t)=P_m.\cos(2\pi.F_P.t)$ et $u_S(t)=k.u_1(t).u_2(t)$



1- Montrer que $u_S(t)$ s'écrit sous forme de la somme de 3 signaux.

2- Calculer m ; F_P et F_S , la modulation est-elle de bonne qualité ?

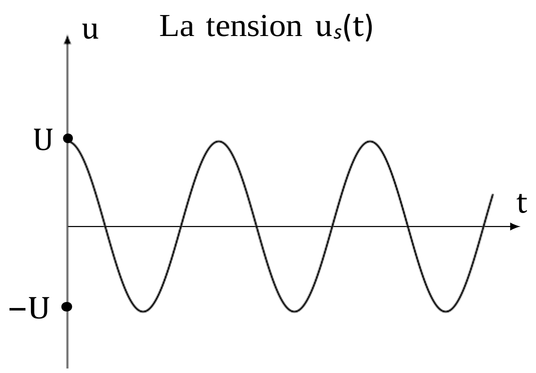
3- Pour recevoir le signal $u_S(t)$, on utilise un circuit LC d'inductance L_O=0,06H et formé de deux condensateurs , montés en série, de Capacité C=10μF et C_O .Déterminer la valeur de C_O .

La modulation d'amplitude :

Principe :

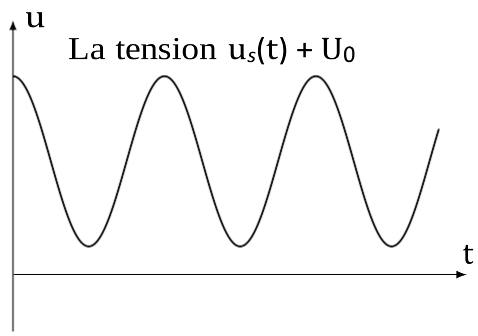
La modulation est obtenue par combinaison de deux ondes.
La première onde est liée à l'information à transmettre. Elle est supposée sinusoïdale, d'amplitude U_{s_m} et de fréquence f_s, la tension correspondante s'écrit alors :

$$u_s = U_{s_m} \cos(2\pi f_s t)$$



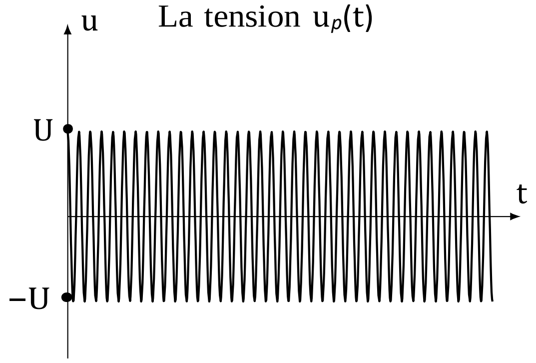
Dans le cas de la modulation d'amplitude, on ajoute à cette tension u_s une tension continue U_0 appelée tension de décalage (ou offset).

$$u_s + U_0 = U_{s_m} \cos(2\pi f_s t) + U_0$$

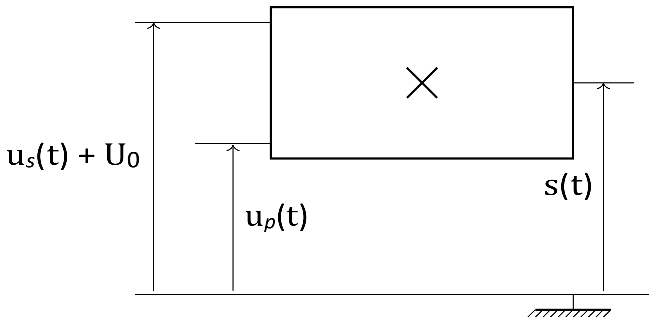


La seconde est la porteuse, onde sinusoïdale de haute fréquence et d'amplitude constante. Elle est produite par l'oscillateur de l'émetteur qui délivre une tension de la forme :

$$u_p = U_{p_m} \cos(2\pi f_p t)$$

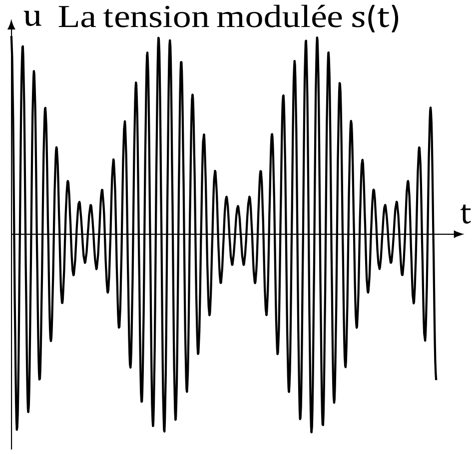


Un circuit électronique, appelé multiplieur, donne en sortie une tensin modulée s(t) proportionnelle au produit des tensions $u_s(t) + U_0$ et $u_p(t)$ avec un coefficient multiplicateur k exprimé généralement en V^{-1}.



Le multiplieur donne en sortie la tension :

$$s(t) = k.u_p(t).\,(u_s(t) + U_0)$$



En remplaçant les fonctions par leurs expressions, on trouve :

$$\begin{aligned} s(t) &= k.U_{p_m}\cos(2\pi f_p t)\,(U_{s_m}\cos(2\pi f_s t) + U_0) \\ &= k.U_{p_m}U_0\cos(2\pi f_p t)\left(\frac{U_{s_m}}{U_0}\cos(2\pi f_s t) + 1\right) \end{aligned}$$

On pose $A = kU_{p_m}U_0$ et $m = \dfrac{U_{s_m}}{U_0}$.
A est l'amplitude de la tension modulée, et m le taux de modulation.
D'où :

$$s(t) = A\cos(2\pi f_p t)\,(m\cos(2\pi f_s t) + 1)$$

Théoriquement :
On sait que l'expression mathématique d'une tension s'écrit sous la forme suivante :

$$u(t) = U_m\cos(2\pi f t)$$

Pour que le signal modulant aura une expression mathématique, on pose $U_m = A\,(m\cos(2\pi f_s t) + 1)$

$$\begin{aligned} -1 &\le \cos(2\pi f_s t) \le 1 \\ -m &\le m\cos(2\pi f_s t) \le m \\ 1 - m &\le m\cos(2\pi f_s t) + 1 \le 1 + m \\ A(1 - m) &\le A\left(m\cos(2\pi f_s t) + 1\right) \le A(1 + m) \end{aligned}$$

On posons : $U_{m_{\max}} = A(m+1)$ et $U_{m_{\min}} = A(m-1)$, donc l'amplitude U_m varie entre une valeur maximale et une autre minimale :

$$U_{m_{\min}} \le U_m \le U_{m_{\max}}$$

Manipulons le rapport $\frac{U_{m_{\max}}}{U_{m_{\min}}}$:

$$\frac{U_{m_{\max}}}{U_{m_{\min}}} = \frac{A(m+1)}{A(-m+1)}$$
$$U_{m_{\min}}(1+m) = U_{m_{\max}}(1-m)$$
$$U_{m_{\min}} + mU_{m_{\min}} = U_{m_{\max}} - mU_{m_{\max}}$$
$$m(U_{m_{\max}} + U_{m_{\min}}) = U_{m_{\max}} - U_{m_{\min}}$$
$$m = \frac{U_{m_{\max}} - U_{m_{\min}}}{U_{m_{\max}} + U_{m_{\min}}}$$

Notion de surmodulation :

Lorsque la valeur de U_0 varie on obtient les courbes suivantes :

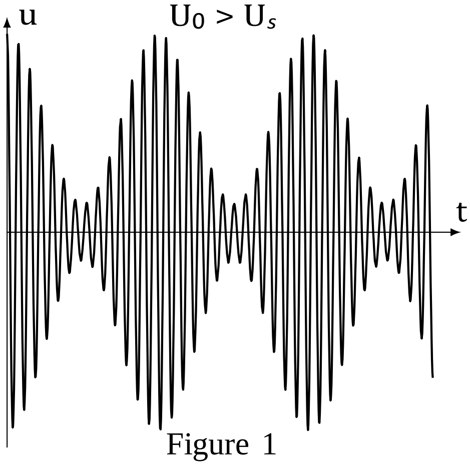


Figure 1

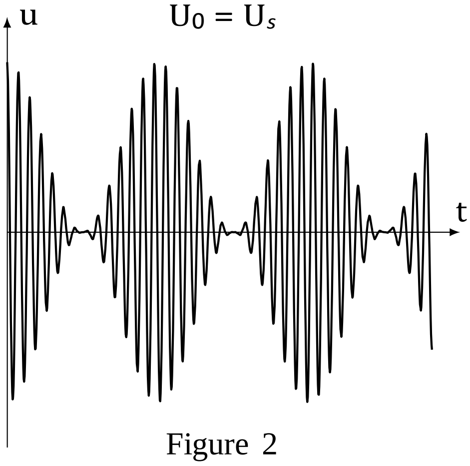


Figure 2

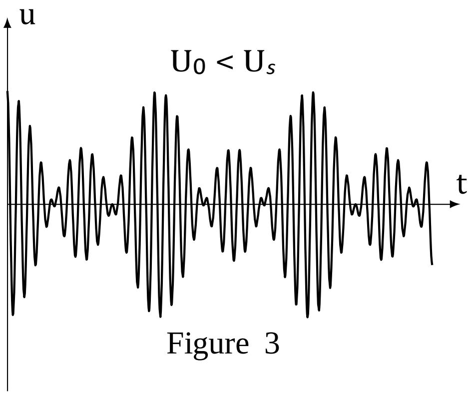


Figure 3

La modulation est de bonne qualité sur la figure 1 et mauvaise sur les figures 2 et 3.
On constate alors que pour avoir une modulation de bonne qualité, la tension de décalage doit être supérieure à l'amplitude de l'onde transmise. Autrement dit :

$$U_0 > U_s \Longrightarrow m = \frac{U_s}{U_0} < 1$$

On parle de la surmodulation dans les deux autres figures.
Lorsque la valeur de f_p la fréquence de l'onde porteuse varie on obtient les courbes suivantes :

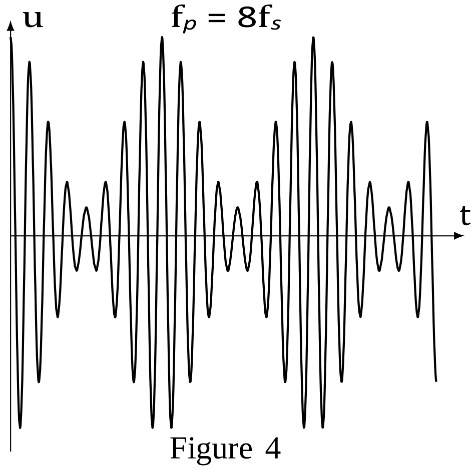


Figure 4

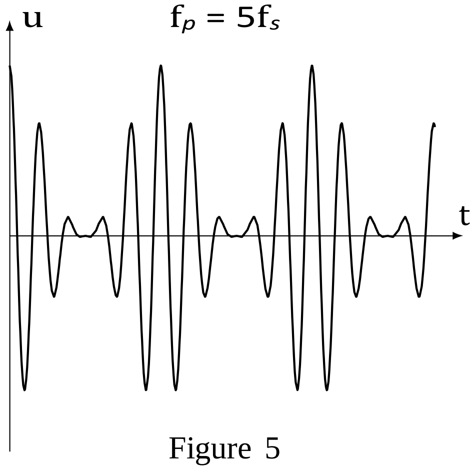


Figure 5

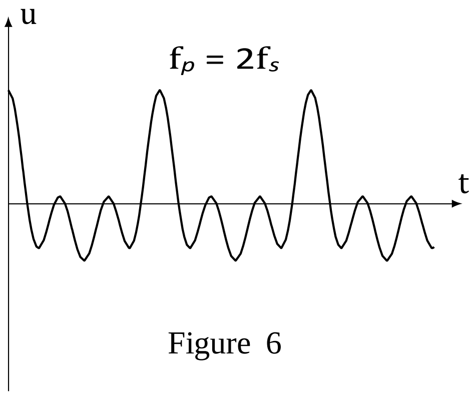


Figure 6

La modulation est de bonne qualité sur la figure 4 et mauvaise sur les figures 5 et 6.
On constate alors que pour avoir une modulation de bonne qualité, la fréquence de l'onde porteuse doit être très supérieure à la fréquence de l'onde transmise :

$$f_p >> f_s$$

Analyse fréquentielle :

On sait que :

$$s(t) = A\cos(2\pi f_p t)\,(m\cos(2\pi f_s t) + 1)$$

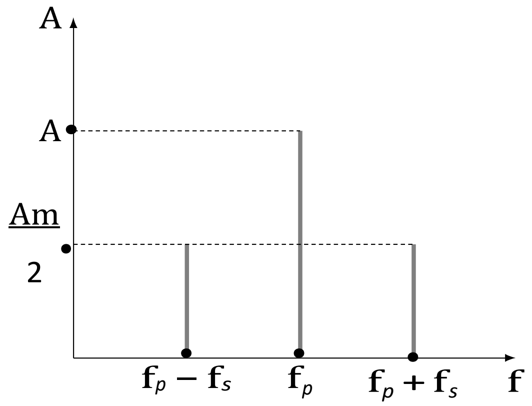
En développant cette expression on obtient :

$$\begin{aligned} s(t) &= Am\cos(2\pi f_p t)\cos(2\pi f_s t) + A\cos(2\pi f_p t) \\ &= \frac{Am}{2}\left(\cos(2\pi(f_p + f_s)t) + \cos(2\pi(f_p - f_s)t)\right) + A\cos(2\pi f_p t) \\ &= \frac{Am}{2}\cos(2\pi(f_p - f_s)t) + A\cos(2\pi f_p t) + \frac{Am}{2}\cos(2\pi(f_p + f_s)t) \end{aligned}$$

Utiliser l'identité :

$$\cos q \cos p = \frac{1}{2}\left[\cos(q + p) + \cos(q - p)\right]$$

Cela correspond à la somme de trois tensions sinusoïdales des fréquences respectives :
$f_p - f_s$, f_p, $f_p + f_s$, leurs valeurs se situent dans le domaine des fréquences qui correspondent aux ondes hertziennes à grande portée.



Une condition est toutefois nécessaire pour cela : il faut que la bande passante du circuit oscillant de l'émetteur est celle du récepteur englobent l'intervalle de fréquences $[f_p - f_s; f_p + f_s]$

Conclusion :

La modulation d'amplitude consiste à modifier l'amplitude d'une onde porteuse de fréquence très élevée par l'onde à transmettre, auquelle on ajoute une tension continue.

La démodulation :

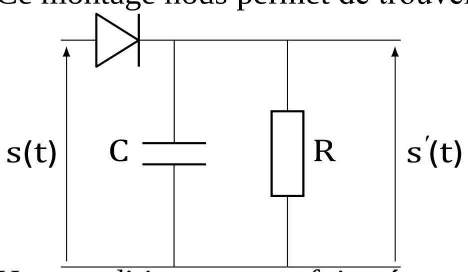
Principe :

La démodulation consiste à détecter l'envoloppe de l'onde modulée et la séparer de la tension de décalage, pour retrouver à la réception l'onde transmise.

Les étapes de la démodulation :

Détection de l'enveloppe :

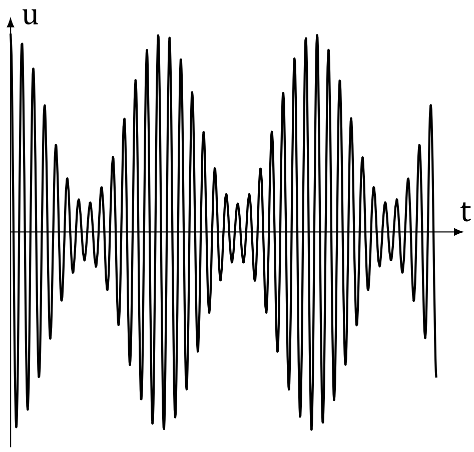
On utilise un montage détecteur d'enveloppe appelé encore (filtre passe-bas).
Ce montage nous permet de trouver l'onde émise, il comporte une diode associée à un dipôle RC.

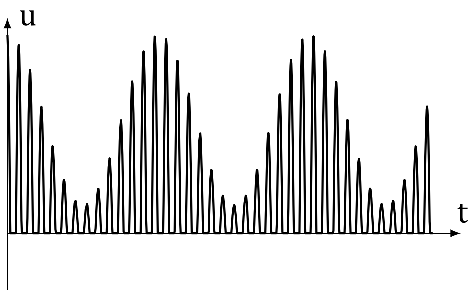


À l'entrée du montage on applique directement la tension s(t) représentant l'onde modulée délivrée par le multiplieur, et on observe à la sortie une tension $s'(t)$ semblable à l'onde modulante.

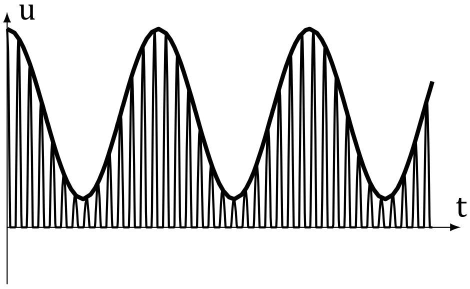
Une condition est toutefois nécessaire pour obtenir une bonne démodulation est la vérification du : $T_p << \tau = RC < T_s$, car le condensateur ne doit pas être déchargé au cours de cette période, la condition peut être énoncée autrement : $f_s < \frac{1}{\tau} << f_p$.

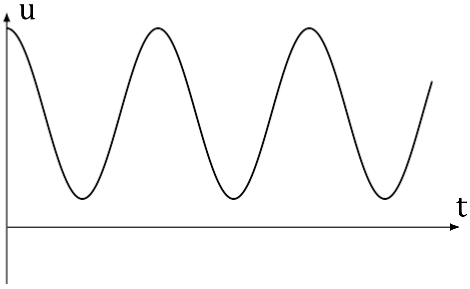
La diode bloque les alternances négatives et donne la tension suivante :





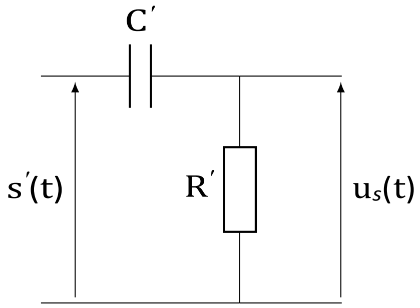
Et le dipôle RC élimine les hautes fréquences, et on obtient l'enveloppe $s'(t)$:

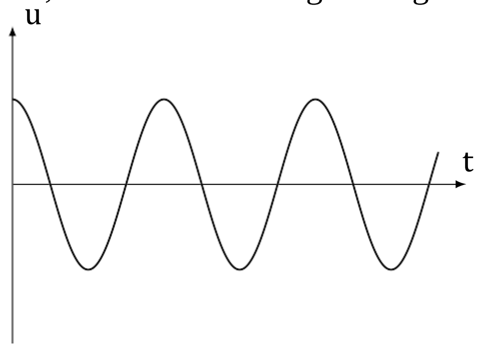




Élimination de la tension de décalage :

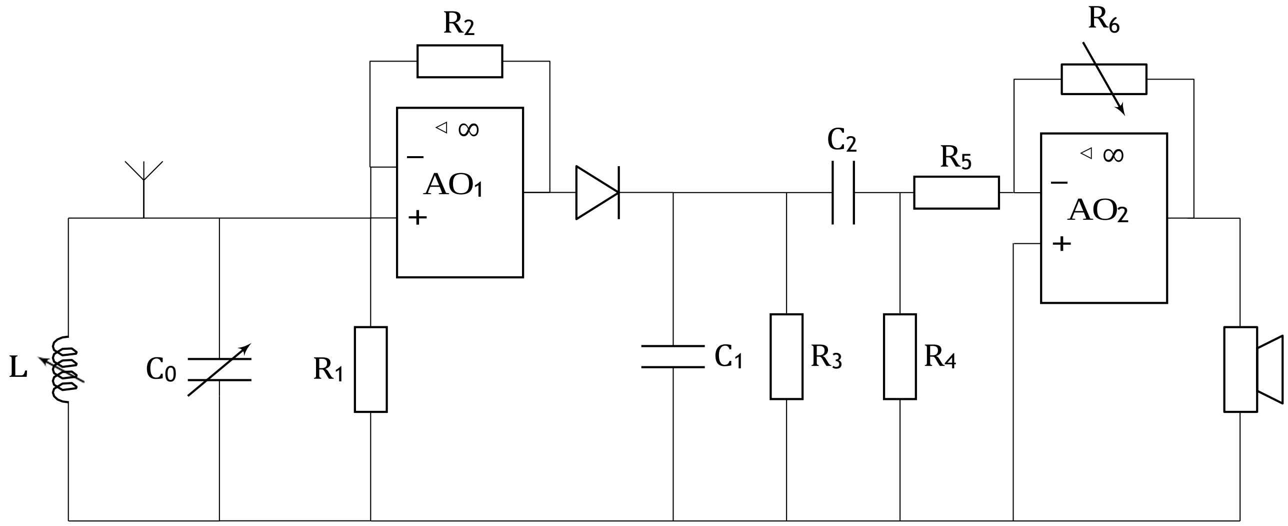
On utilise un filtre $R'C'$ passe-haut.
L'onde $s'(t)$ est appliquée à l'entrée de ce montage, et à la sortie on observe la tension $u_s(t)$ émise.
On élimine la tension constante U_0 par le condensateur C', et on obtient le signal original $u_s(t)$.





Le récepteur radio :

Le montage du récepteur radio :



Les éléments du récepteur radio :

Un récepteur radio AM se compose les éléments suivants :
. Une antenne qui capte les ondes radio.
. Un circuit (LC_0) qui nous permet de sélectionner la fréquence de l'onde porteuse qu'on veut capter.

Cette sélection se réalise en variant l'inductance de la bobine ou la capacité du condensateur jusqu'à que la fréquence propre du circuit (LC_0) soit égale à la fréquence de l'onde porteuse $f_0 = f_p$, où $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_0}}$.
. On utilise un amplificateur avant et après la réception du signal modulé $s(t)$:

Préamplification : (Avant la réception) Afin d'obtenir une tension supérieure à la tension seuil de la diode, il faut amplifier la tension délivrée par le dipôle (LC_0).

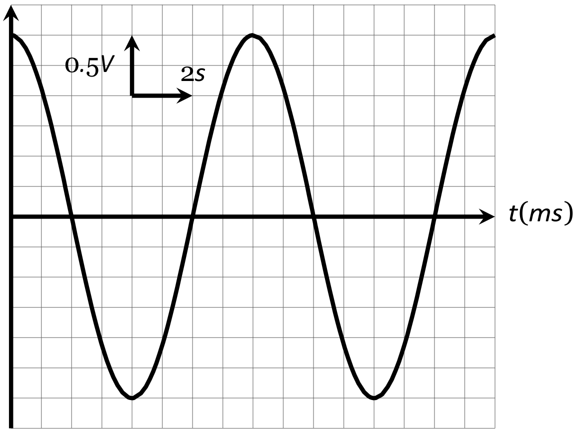
Amplification : (Après la réception) On amplifie l'onde de manière à obtenir une tension suffisante aux bornes du haut parleur, ce circuit est constituée d'un potentiomètre, qui nous permet de régler l'intensité du courant dans l'haut parleur.

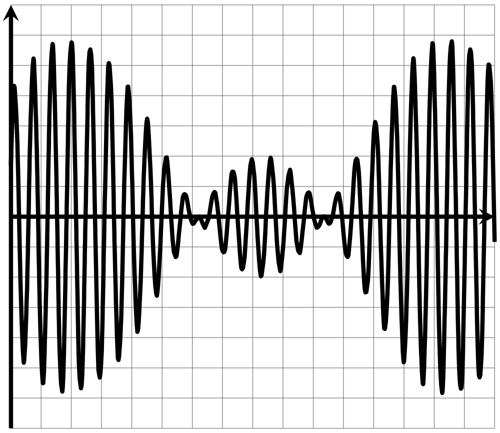
. Un circuit de démodulation d'amplitude qui comporte un circuit de détection d'enveloppe et un autre d'élimination de la tension continue.

Modulation et démodulation d'amplitude : Exercices

Exercice 1 :

1. Le graphe de gauche ci-dessous représente un signal modulant et le graphe de droite le signal modulé correspondant .





Est-on en présence d'une surmodulation ? justifier

2. En règle générale la fréquence de la porteuse est beaucoup plus basse que celle du signale modulant .
(a) vrai (b) faux

3. On a besoin d'une diode pour :
(a) moduler (b) démoduler

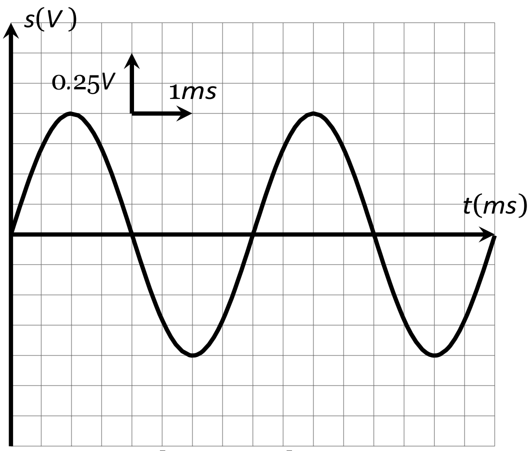
4. Si on veut augmenter la fréquence de réception, il faut
(a) augmenter (b) diminuer
la valeur de la capacité du condensateur .

5. Lorsqu'on réalise la modulation d'amplitude d'un signal de fréquence f , la bande passante totale occupée par le signal modulé est :
(a) f (b) $2f$ (c) f^2

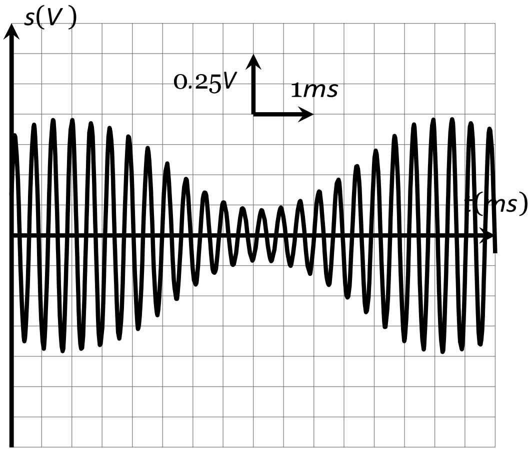
Exercice 2 :

On considère un signal sinusoïdal de fréquence f, dont la représentation graphique est ci contre .

1. Déterminer graphiquement :
a. son amplitude U_m
b. La phase à l'origine du temps φ
c. la fréquence f
d. Écrire l'expression de la tension $u(t)$ de ce signal en fonction du temps . 2. Pour capter une telle onde l'antenne doit avoir des dimensions de l'ordre de la moitié de la longueur d'onde .
Quelle devrait-être sa longueur ? Conclusion . On donne : la célérité de l'onde électromagnétique : $c = 3\times10^8 m/s$



Dans le but de transporter ce signal dans de bonnes conditions , il est transmis par une onde porteuse modulé . (figure ci contre)



a. Quel paramètre de l'onde porteuse a été modifié ?

b. Comment appelle-t-on ce type de modulation ?

Exercice 3 :

L'expression d'une tension modulé est :

$$u(t) = 4 \times \left[1 + 0,8cos\left(1,6.10^2.t\right)\right] cos\left(2,5.10^4.t\right)$$

1. Cette tension est-elle modulée en amplitude, en fréquence ou en fréquence ?
2. Quelles sont les fréquences de porteuse F_p et du signal modulant f ?
3. En se basant sur l'amplitude de la tension modulé $U_m(t)$. Déterminer la valeur du taux de modulation . Conclusion .

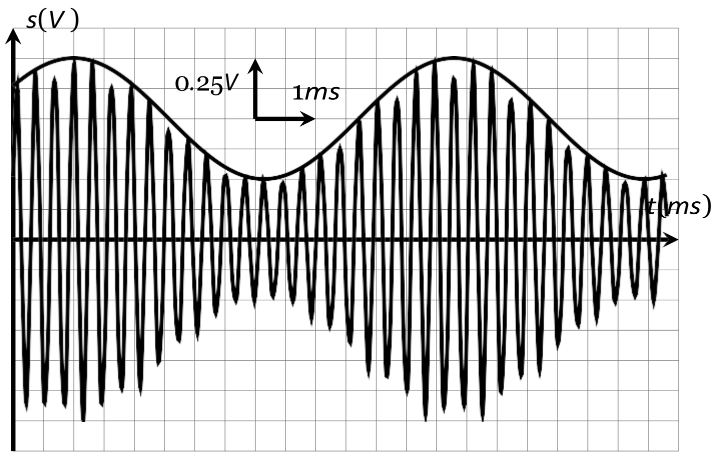
Exercice 4 :

Soit une tension modulé en amplitude :

$$u_s(t) = A \times [1 + mcos(2.\pi.f.t)]\, cos(2.\pi.F_p.t)$$

avec m le taux de modulation.

La figure ci-dessous représente les variations de $u_s(t)$ en fonction du temps .

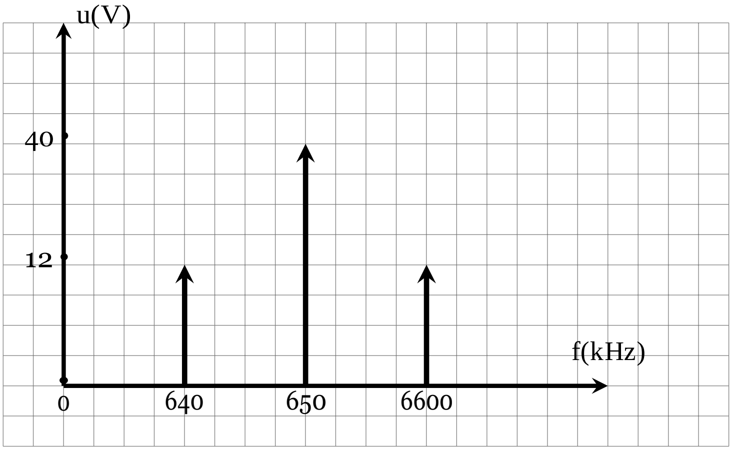


1. Déterminer la fréquence de la porteuse F_p et f la fréquence du signal modulant .
2. Que représente la courbe qui représente les variations des maximum de la tension modulée ?

3. Calculer le taux de modulation ;
4. Rappeler les conditions d'une bonne modulation et vérifier qu'elles sont réalisées .
5. Déterminer la valeur de la constante A .

Exercice : 5

Un analyseur de spectre permet d'obtenir la représentation d'un spectre sur un écran. Un signal AM branché un analyseur de spectre est représenté ci-dessous.



1. Quelle est la fréquence de porteuse ?
2. Quelle est la fréquence de l'onde modulante ?
3. Quelle est la bande de fréquence occupée par le signal AM ?
4. Quel est le taux de modulation ?

Exercice 6 :

On considère un signal modulant à la fréquence f :

$$s(t) = S_m cos(2.\pi.f.t)$$

On réalise une modulation d'amplitude de ce signal en lui ajoutant une tension continue U_0, et en multipliant le signal obtenu par une porteuse de fréquence F_p , on obtient le signal modulé de l'expression suivante :

$$u_s(t) = [U_0 + S_m cos(2.\pi.f.t)]\, cos(2.\pi.F_p.t)$$

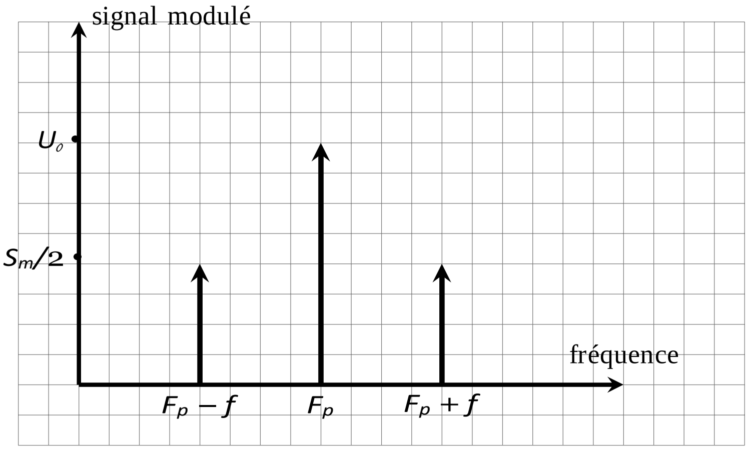
1. En utilisant la formule trigonométrique suivante :

$$cosa.cosb = \frac{1}{2}[cos(a+b) + cos(a+b)]$$

Montrer que le signal modulé peut s'écrire sous la forme suivante :

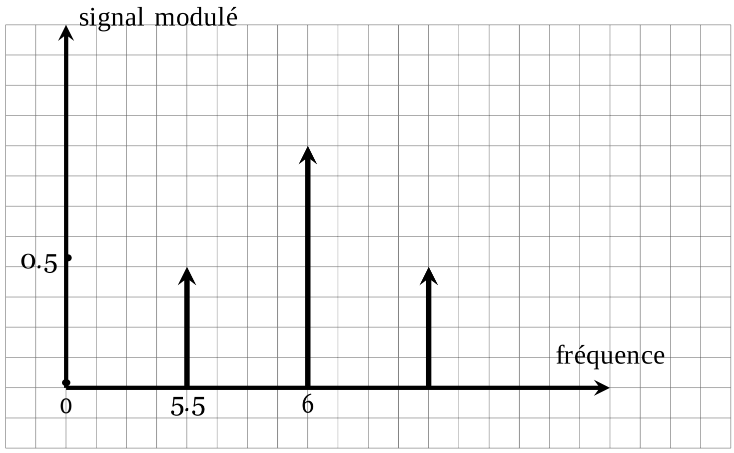
$$u_s(t) = U_0 cos(2.\pi.F_p.t) + \frac{S_m}{2} cos\,(2.\pi.(F_p - f).t) + \frac{S_m}{2} cos\,(2\pi(F_p + f).t)$$

2. le spectre de fréquence du signal modulé est représenter sur la figure ci-dessous .



Monter que le rapport de hauteur enter les pics situés à la fréquence $F_p \pm f$ et le pic de la porteuse à la fréquence F_p est égale à $m/2$.

3. La figure ci-dessous représente le spectre des fréquences d'un signal modulé $u_s(t)$;



a. Déterminer la valeur du taux de modulation m et la fréquence f . La modulation est-elle bonne ?

b. Pour sélectionner le signal modulé on utilise un circuit d'accord constitué par une bobine de coefficient d'induction $L_0 = 60mH$ et de résistance négligeable et deux condensateurs en série de capacités C et C_0 . Déterminer C_0.

Exercice 7 :

On désire de réaliser un montage de démodulation d'amplitude permettant de capter la station France Inter. La longueur d'onde de cette station est 1827m .

1. À quelle fréquence F cela correspond-il ?

2. Le circuit LC d'accord de la fréquence comporte un condensateur de capacité $C = 4,7nF$. Quelle doit être l'inductance L de la bobine ?

3. Dessiner un schéma de l'étage de démodulation , sachant qu'il comporte une diode , un condensateur de capacité C' et une résistance R .

On veut que les sons soient restitués fidèlement jusqu'à la fréquence $f = 10kHz$. Sachant que la résistance vaut $R = 3,5k\Omega$, indiquer quelle valeur de C' convient parmi celles proposées dans la liste suivante, en justifiant votre choix : $1nF$, $10nF$, $100nF$.

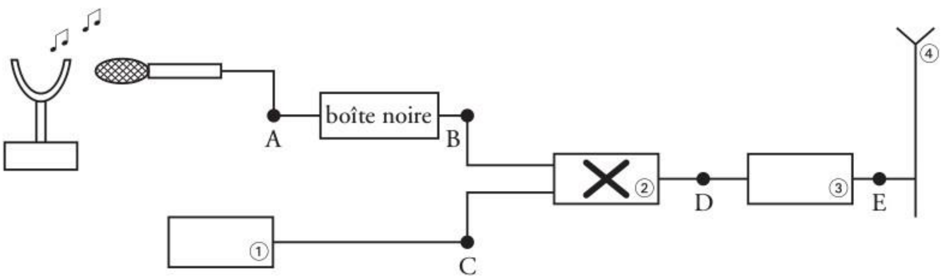
Données valeur de la lumière : $c = 3.10^8 m/s$

Exercice 8 :

Les ondes électromagnétiques ne peuvent se propager dans l'air sur de grandes distances que dans un domaine de fréquences élevées. Les signaux sonores audibles de faibles fréquences sont convertis en signaux électriques de même fréquence, puis associés à une onde porteuse de haute fréquence afin d'assurer une bonne transmission.

I. La chaîne de transmission

Le schéma suivant représente la chaîne simplifiée de transmission d'un son par modulation d'amplitude. Elle est constituée de plusieurs dispositifs électroniques.



1. Parmi les cinq propositions ci-dessous, retrouver le nom des quatre dispositifs électroniques numérotés.

Dispositifs électroniques : antenne, amplificateur HF (haute fréquence), générateur HF (haute fréquence), multiplieur, voltmètre.

2. Quels sont les signaux obtenus en B, C et D parmi ceux cités ci-dessous ?

* Porteuse notée $u_p(t) = U_p(max)cos(2F\,t)$.
* Signal modulant BF noté $u_s(t) + U_0$.
* Signal modulé noté $u_m(t)$.

3. Le signal électrique recueilli en A à la sortie du microphone correspond à la tension électrique $u_s(t)$.

Une boîte noire est intercalée entre les points A et B. Quel est son rôle ? 4. Le dispositif électronique effectue une opération mathématique simple qui peut être :

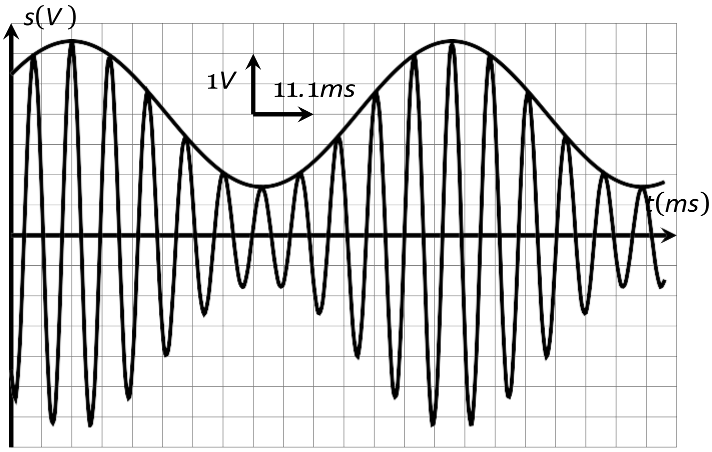
* $(u_s(t) + U_0) + u_p(t)$;
* $(u_s(t) + U_0) \times u_p(t)$.

Choisir la bonne réponse sachant que l'expression mathématique du signal obtenu est :

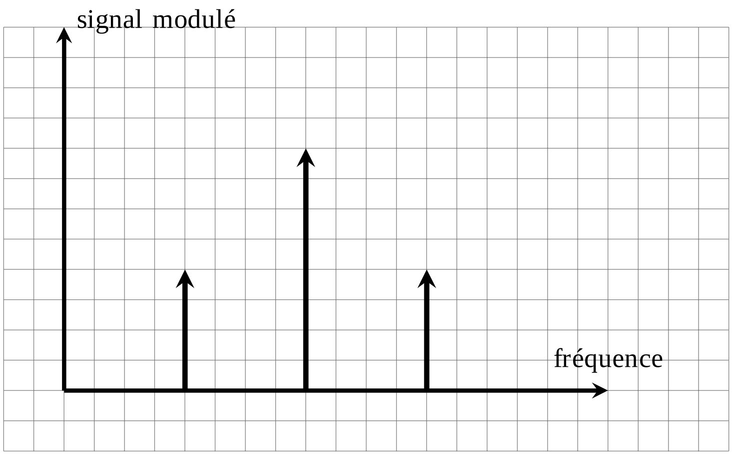
$$u_m(t) = k(U_0 + u_s(t))U_p(max)cos(2F\,t)$$

. II .La modulation d'amplitude

La voie X d'un oscilloscope bicourbe est reliée en B et la voie Y est reliée en D. L'oscillogramme obtenu est le suivant :



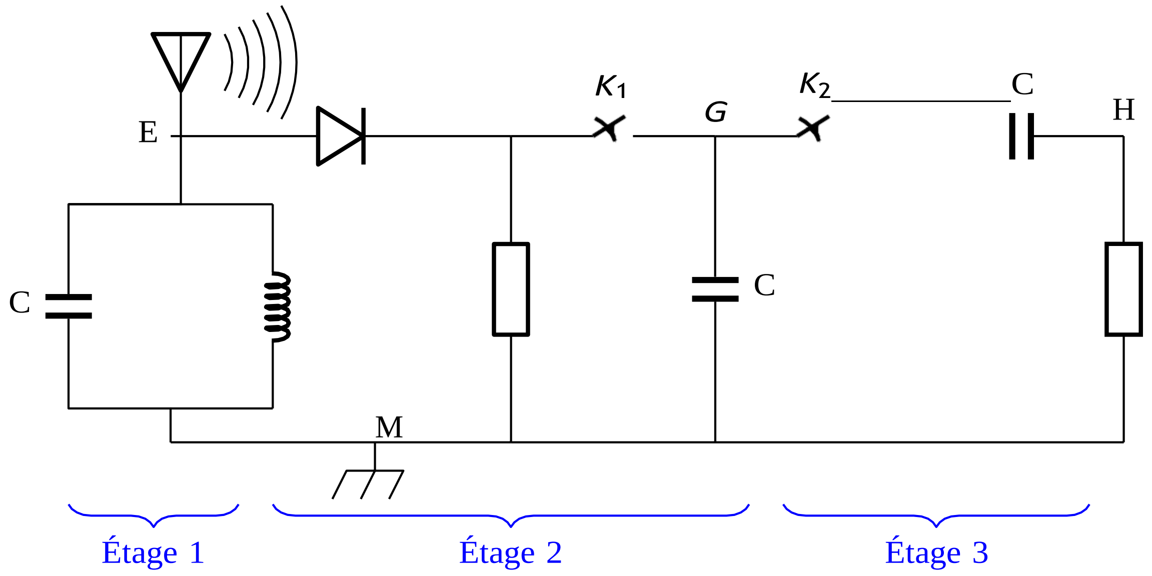
1. Estimer les valeurs des périodes T_s et T_P du signal modulant et de la porteuse.
2. Rappeler l'expression théorique de la fréquence f en fonction de la période T avec les unités, puis calculer les fréquences f du signal modulant et F de la porteuse.
3. L'amplitude de la tension du signal modulé $u_m(t)$ varie entre deux valeurs extrêmes, notées respectivement $U_m(max)$ et $U_m(min)$. déterminer le taux de modulation m . Conclusion .
4. Le taux de modulation s'exprime aussi en fonction de la tension maximale du signal modulant $U_s(max)$ et de la tension U_0. Donner cette relation .
Quelle condition doit-on satisfaire pour obtenir un taux de modulation m < 1 ?
Quelle autre condition est nécessaire pour obtenir une bonne modulation ?
5. L'analyse en fréquence du signal montre que celui-ci est composé de trois fréquences f_1, f_2, f_3 . En fonction de la fréquence du signal modulant f et de la fréquence de la porteuse F, exprimer les fréquences apparaissant sur le spectre ci-dessous.



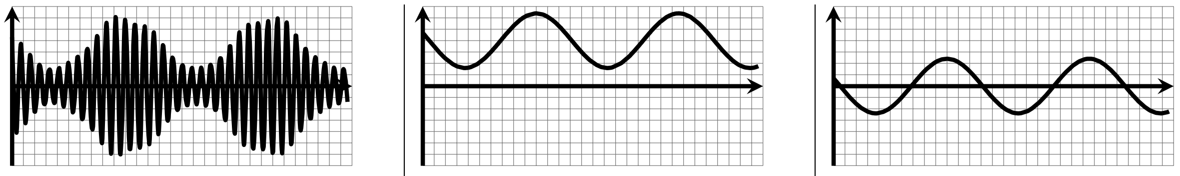
Exercice 9 :
Pour détecté l'enveloppe d'une tension modulée de la forme suivante :

$$u(t) = k.[0,5cos(10^3.\pi.t) + 0,7]cos(10^4.\pi.t)$$

On utilise le conducteur ohmique de résistance $R = 100\Omega$ et le condensateur de capacité $C = 1,0mF$ dans le circuit du détecteur d'enveloppe qui correspond à l'une des étage du montage suivant :



1. En exploitant le montage ci-dessus , indiquer l'étage correspondant à le circuit détecteur d'enveloppe .
2. Montrer que le dipôle RC utilisé est un bon détecteur d'enveloppe
3. On considère que les deux interrupteurs K_1 et K_2 sont fermés , Les courbes visualisées sur l'écran d'un oscilloscope représentent les tensions u_{EM}, u_{GM}, et u_{HM} (voir figure ci-dessous) . Indiquer, en justifiant votre réponse , la courbe correspondante à la tension au sortie du circuit détecteur d'enveloppe .



(a) (b) (c)